Equations du deuxième degré

Karim Saïd

Ecole Technique, Année scolaire 2020-2021

1 Introduction

Définition. On appelle *équation du deuxième degré en l'inconnue* x toute équation de la forme

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

avec $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Exemple.

1. $3x^2 - \frac{5}{9}x - 37 = 0$, $a = 3$, $b = -\frac{5}{9}$, $c = -37$;
2. $-x^2 + 9 = 0$ $a = -1$, $b = 0$, $c = 9$;

2 Equations incomplètes

Nous nous intéresserons ici à des équations du deuxième degré pour lesquelles $b = 0$ ou $c = 0$.

Exemple.

1. $$x^2 = 9$$

   D'où $x = 3$ et $x = -3$.

2. $$x^2 = 0$$

   D'où $x = 0$.

3. $$x^2 = -4$$

   Cette équation n'admet pas de solution. En effet, un nombre au carré ne peut être négatif.

4. Pour résoudre $x^2 - x = 0$, il convient de mettre x en évidence :

   $$\begin{aligned} x^2 - x &= 0 \\ x(x-1) &= 0 \end{aligned}$$

   D'où $x = 0$ et $x = 1$.

Remarque. Les exemples ci-dessus montrent qu'une équation du deuxième degré admet deux solutions, une unique solution ou aucune solution.

Exercice 1. Résoudre les équations ci-dessous.

a) $x^2 = 0$	f) $x^2 = 4x$
b) $x^2 = 4$	g) $2x^2 - x = 0$
c) $x^2 - 49 = 0$	h) $-x^2 = -4$
d) $x^2 + 100 = 0$	i) $3x^2 - 12 = 0$
e) $x^2 - 5x = 0$	j) $-5x^2 + 14 = 0$

3 Résolution par factorisation

Théorème (Règle du produit nul.). *Si $a, b \in \mathbb{R}$ sont tels que $a \cdot b = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.*

Nous allons partir de la règle du produit nul pour résoudre quelques équations.

Exemple.

1. $(x+3)(x-4) = 0$

   D'où $x = -3$ et $x = 4$.

2. $x(x+5) = 0$

   D'où $x = 0$ et $x = -5$.

3. Résolvons l'équation ci-dessous par factorisation.

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 &= 0 \\ (x-2)(x-3) &= 0 \end{aligned}$$

   D'où $x = 2$ et $x = 3$.

4. Résolvons l'équation ci-dessous par factorisation.

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 &= 0 \\ (x-3)^2 &= 0 \end{aligned}$$

   D'où l'unique solution $x = 3$.

Exercice 2. Résoudre les équations ci-dessous.

a) $x^2 - 2x + 1 = 0$	f) $16x^2 - 24x + 11 = 2$
b) $x^2 + 6x + 9 = 0$	g) $9x^3 + 24x^2 + 16x = 0$
c) $x^2 - 10x + 25 = 0$	h) $x^5 - 8x^4 + 16x^3 = 0$
d) $4x^2 - 4x + 1 = 0$	i) $x^3 - 9x = 0$
e) $9x^2 + 12x + 4 = 0$	j) $(x-1)(x^2 - 14x + 49) = 0$

Exercice 3. Même exercice.

a) $x^2+5x+6=0$	f) $2x^4-72x^2=0$
b) $x^2-3x-4=0$	g) $x^4-3x^3-10x^2=0$
c) $x^2+2x-15=0$	h) $3x^2-27x-66=0$
d) $x^2-13x+42=0$	i) $(4x^2-12x+9)(4x^2-16)=0$
e) $x^2+x-30=0$	j) $(x^2-12x+32)(x^2+5x-6)=0$

4 Complétion du carré

Avant d'établir une méthode générale de résolution de l'équation du deuxième degré, nous allons résoudre une équation pas aisée à factoriser en *complétant le carré.*

Exemple.

$$\begin{array}{rcl|l}
2x^2-5x-3 & = & 0 & :2 \\
x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2} & = & 0 & \\
\left(x^2-2\cdot x\cdot\frac{5}{4}\right)-\frac{3}{2} & = & 0 & (a^2-2ab) \\
\left(x^2-2\cdot x\cdot\frac{5}{4}+\left(\frac{5}{4}\right)^2\right)-\left(\frac{5}{4}\right)^2-\frac{3}{2} & = & 0 & (a^2-2ab+b^2)-b^2 \\
\left(x-\left(\frac{5}{4}\right)\right)^2-\frac{25}{16}-\frac{3}{2} & = & 0 & (a-b)^2 \\
\left(x-\left(\frac{5}{4}\right)\right)^2-\frac{25}{16}-\frac{24}{16} & = & 0 & \text{même dénominateur} \\
\left(x-\left(\frac{5}{4}\right)\right)^2-\frac{49}{16} & = & 0 & \text{somme de deux fractions} \\
\left(x-\left(\frac{5}{4}\right)\right)^2-\left(\frac{7}{4}\right)^2 & = & 0 & a^2-b^2 \\
\left(x-\frac{5}{4}-\frac{7}{4}\right)\left(x-\frac{5}{4}+\frac{7}{4}\right) & = & 0 & (a+b)(a-b) \\
\left(x+\frac{2}{4}\right)\left(x-\frac{12}{4}\right) & = & 0 & \text{même dénominateur} \\
\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-3) & = & 0 &
\end{array}$$

D'où $x=-\frac{1}{2}$ et $x=3$.

5 La formule de Viète

Comme nous l'avons déjà vu, une équation du deuxième degré peut, selon les valeurs de ses coefficients, posséder une unique solution, deux solutions distinctes ou peut n'en posséder aucune.

C'est au mathématicien français François Viète (1540-1603), plus connu à son époque comme maître de requêtes et conseiller d'Henri IV, que l'on doit la méthode générale de résolution d'une équation du deuxième degré. Cette méthode s'applique comme suit.

Soit à résoudre l'équation

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0.}$$

On commence par calculer le *discriminant* noté Δ de l'équation :

$$\boxed{\Delta \stackrel{\text{déf}}{=} b^2 - 4ac.}$$

Trois cas peuvent alors se présenter :

— $\Delta < 0$ et alors l'équation n'admet pas de solution (réelle) ;

— $\Delta = 0$ et alors l'équation admet une unique solution donnée par $x = -\frac{b}{2a}$;

— $\Delta > 0$ et alors l'équation admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 données par

$$\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.}$$

En résumé, les solutions de l'équation s'obtiennent en calculant

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

où

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac.}$$

C'est cette dernière expression que l'on appelle communément *formule de Viète*.

Preuve. L'idée de la preuve consiste à généraliser l'exemple de complétion du carré de la section précédente.

$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= 0 \\
x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0 \\
\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a}\right) + \frac{c}{a} &= 0 \\
\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} &= 0 \\
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{4ac}{4a^2} &= 0 \\
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}\right) &= 0 \\
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) &= 0 \\
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right)^2 &= 0 \\
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2 &= 0 \\
\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) &= 0 \\
\left(x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x - \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) &= 0.
\end{aligned}$$

D'où
$$x = -\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
et
$$x = -\frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

□

Exemple.

1. Soit à résoudre l'équation
$$3x^2 - 5x + 16 = 0.$$
On calcule
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 16 = -167 < 0.$$
Comme $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de solution.
2. Soit à résoudre l'équation
$$25x^2 - 20x + 4 = 0.$$
On calcule
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 4 = 0$$
Comme $\Delta = 0$, l'équation admet une unique solution donnée par
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-20)}{2 \cdot 25} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}.$$
3. Soit à résoudre l'équation
$$3x^2 + 10x - 8 = 0.$$
On calcule
$$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 196.$$
Comme $\Delta > 0$, l'équation admet les deux solutions distinctes
$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 + \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = \frac{-10 + 14}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
et
$$x\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 - \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = \frac{-10 - 14}{6} = \frac{-24}{6} = -4.$$

Exercice 4. Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule de Viète.

a) $9x^2 + 42x + 69 = 0$;

b) $16x^2 - 64x + 64 = 0$;

c) $6x^2 - 30x - 144 = 0$.

Exercice 5. Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule de Viète ou à l'aide de toute autre méthode.

a) $12x^2 + 36x - 120 = 0$
b) $6x^2 + 18x - 24 = 0$
c) $15x^2 - 90 = -75x$
d) $3x^2 - 132 = 21x$
e) $4x(x+2) = 32$
f) $90x^2 = 90(3x-2)$
g) $16x^2 - 128x + 256 = 0$
h) $2x(4x+1) = 5$
i) $48x^2 + 12x - 90 = 0$
j) $4x^2 - 72x + 324 = 0$
k) $6x^2 + x - 12 = 0$
l) $4x^2 + x - 14 = 0$
m) $15x^2 - 12 = -8x$
n) $15x^2 - 14 = 29x$
o) $2x(4x+15) = 27$
p) $12x^2 + 60x + 75 = 0$

Exercice 6. Même exercice.

a) $x^2 + 12x = 160$
b) $x^2 - 32 = 4x$
c) $x^2 + 24x = 15 + 10x$
d) $x(x-8) + 7 = 0$
e) $x(x-1) - 60 = 60 + x$
f) $3x(2x+7) = 0$
g) $(x+1)(x-1) = 8x - 13$
h) $(x+3)(x-2) = 13x - 17$
i) $\dfrac{9}{x} - \dfrac{x}{3} = 2$
j) $x + \dfrac{1}{x-3} = 5$
k) $2x^2 - \dfrac{11x}{10} - \dfrac{3}{10} = 0$
l) $mx^2 + 1 = x(m+1)$
m) $5x^2 = 2x$
n) $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$
o) $x(x+1) = 2(x+1)$
p) $x^2 - 3ax - bx - 2ax + 6a^2 - 2ab = 0$

6 Equations bicarrées

Définition. Une *équation bicarrée* est une équation de la forme

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0$$

où $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}$.

Exemple.

1.
$$\begin{aligned} x^4 + 5x^2 - 36 &= 0 \\ (x^2)^2 + 5x^2 - 36 &= 0 \end{aligned}$$

On pose $y = x^2$:

$$\begin{aligned} y^2 + 5y - 36 &= 0 \\ (y-4)(y+9) &= 0. \end{aligned}$$

D'où
$$y = 4 \text{ et } y = -9.$$

De $y = 4$, on en tire les solutions $x = 2$ et $x = -2$, alors que de $y = -9$, on n'en tire aucune solution.

2.
$$\begin{aligned} x^6+7x^3-8 &= 0 \\ (x^3)^2+7x^3-8 &= 0 \end{aligned}$$

On pose $y = x^3$:

$$\begin{aligned} y^2+7y-8 &= 0 \\ (y-1)(y+8) &= 0. \end{aligned}$$

D'où
$$x = 1 \text{ et } x = -8.$$

De la solution $x = 1$, en en tire $y = 1$ et de $x = -8$, on en tire $x = -2$.

Exercice 7. Résoudre les équations suivantes.

a) $(4x^2-11x-3)(x^2+3x-10)=0$
b) $(2x^2+2x-12)(x^2-10x+24)=0$
c) $x^4-9x^2+20=0$
d) $x^4-41x^2+400=0$
e) $x^4-29x^2+100=0$
f) $8x^6-63x^3-8=0$
g) $x^8-97x^4+1296=0$
h) $27x^6+3374x^3-125=0$
i) $x^8-25x^6=0$
j) $x^4-2x^3+8x^2=0$
k) $x^{10}+31x^5-32=0$
l) $x^4+5x^2-36=0$

7 Equations irrationnelles

Exemple. Soit à résoudre
$$\sqrt{x+5}+x-1=0.$$

On a

$$\begin{array}{rcl|l} \sqrt{x+5}+x-1 &=& 0 & +1-x \\ \sqrt{x+5} &=& 1-x & (...)^2 \\ x+5 &=& (1-x)^2 & \\ x+5 &=& 1-2x+x^2 & -x-5 \\ x^2-3x-4 &=& 0. & \text{résolution d'une équation du deuxième degré} \end{array}$$

D'où
$$x=-1 \text{ et } x=4.$$

Il est nécessaire de vérifier que l'on a bien affaire à des solutions de l'équation de départ :

$$\sqrt{-1+5}+(-1)-1=0 \text{ et donc } x_1=-1 \text{ est solution de l'équation.}$$
$$\sqrt{4+5}+4-1=6 \text{ et donc } x_2=4 \text{ n'est pas solution de l'équation.}$$

L'équation $\sqrt{x+5}+x-1=0$ possède ainsi une unique solution : $x=-1$.

Exercice 8. Résoudre les équations irrationnelles suivantes.

a) $x - \sqrt{4x - 19} = 4$

b) $x - \sqrt{3x + 25} = 15$

c) $\sqrt{169 - x^2} = x - 17$

d) $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{3 - x^2}$

e) $x = 2 - \sqrt{x^2 - 3x + 1}$

f) $\sqrt[3]{x^3 - 56} = x - 2$

g) $\sqrt{x + 5} - \sqrt{x + 2} = 1$

h) $\sqrt{x + 5} + \sqrt{x} = \dfrac{15}{\sqrt{x + 5}}$

i) $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{7x - 27} = \sqrt{3x + 4}$

j) $\sqrt{12 - \sqrt{x + 8}} = \sqrt{2 - 2x}$

8 Equations rationnelles

Exemple. Soit à résoudre

$$\frac{x^2 + 12}{x^2 + x} = \frac{-13}{x + 1}.$$

On a

$$\begin{array}{rcl|l}
\dfrac{x^2 + 12}{x^2 + x} & = & \dfrac{-13}{x + 1} & \text{factorisation des dénominateurs} \\
\dfrac{x^2 + 12}{x(x + 1)} & = & \dfrac{-13}{x + 1} & \text{mettre sur le même dénominateur} \\
\dfrac{x^2 + 12}{x(x + 1)} & = & \dfrac{-13x}{x(x + 1)} & \cdot x(x + 1) \\
x^2 + 12 & = & -13x & +13x \\
x^2 + 13x + 12 & = & 0 & \text{factorisation} \\
(x + 1)(x + 12) & = & 0. &
\end{array}$$

D'où

$$x = -1 \text{ et } x = -12.$$

Mais comme la solution $x = -1$ conduit à une division par 0, il convient de rejeter cette solution.

Ainsi, l'équation admet l'unique solution $x = -12$.

Exercice 9. Résoudre les équations rationnelles suivantes.

a) $\dfrac{6}{x^2 - 1} + \dfrac{3}{x + 1} = 1 - \dfrac{2}{1 - x}$

b) $\dfrac{x - 1}{x - 3} - \dfrac{x + 7}{x - 1} = \dfrac{x + 3}{2 - 2x}$

c) $\dfrac{4}{x - 2} - \dfrac{5}{x + 2} = \dfrac{20}{x^2 - 4}$

d) $\dfrac{3}{x - 1} - \dfrac{4x - 1}{x + 1} = \dfrac{x^2 + 5}{x^2 - 1} - 5$

e) $\dfrac{2x - 3}{x} + \dfrac{5x - 3}{x^2} - \dfrac{2x^2 + x - 6}{x^3} = 2$

f) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{x - 1}{x + 1} = 1$

g) $\dfrac{x - 1}{x} + \dfrac{2 - x}{x - 1} + \dfrac{1}{x^2 + x} = 0$

h) $\dfrac{2x}{x - 3} = \dfrac{1}{x - 3}$

i) $\dfrac{4 - x}{x - 5} + \dfrac{x - 2}{2x - 10} + \dfrac{1}{2} = 1$

j) $\dfrac{4}{5x + 2} - \dfrac{12}{15x + 6} = 0$

k) $\dfrac{3}{2x + 5} + \dfrac{4}{2x - 5} = \dfrac{14x + 3}{4x^2 - 25}$

l) $-\dfrac{3}{x + 4} + \dfrac{7}{x - 4} = \dfrac{-5x + 4}{x^2 - 16}$

9 Systèmes non linéaires

Exemple. Soit à résoudre

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} x^2+y^2 & = & 25 & (1) \\ x+y & = & 7 & (2) \end{array}\right. .$$

Il convient de résoudre ce système par substitution. A cet effet, isolons x de (2) :

$$x = 7 - y.$$

On a alors

$$\begin{array}{rcl|l} (7-y)^2+y^2 & = & 25 & \\ 49-14y+y^2+y^2 & = & 25 & \\ 2y^2-14y+49 & = & 25 & -25 \\ 2y^2-14y+24 & = & 0 & :2 \\ y^2-7y+12 & = & 0 & \\ (y-3)(y-4) & = & 0. & \end{array}$$

D'où

$$y = 3 \text{ et } y = 4.$$

S'ensuivent les valeurs de x correspondantes :

$$x = 7 - 3 = 4$$

et

$$x = 7 - 4 = 3.$$

D'où les solutions

$$(x; y) = (4; 3) \text{ et } (x; y) = (3; 4).$$

Exercice 10. Résoudre les systèmes non linéaires

a) $\left\{\begin{array}{rcl} y & = & x^2-4 \\ y & = & 2x-1 \end{array}\right.$ b) $\left\{\begin{array}{rcl} y & = & x^2+1 \\ x+y & = & 3 \end{array}\right.$

c) $\left\{\begin{array}{rcl} y^2 & = & 1-x \\ x+2y & = & 1 \end{array}\right.$ d) $\left\{\begin{array}{rcl} y^2 & = & x \\ x+2y+3 & = & 0 \end{array}\right.$

e) $\left\{\begin{array}{rcl} 2y & = & x^2 \\ y & = & 4x^3 \end{array}\right.$ f) $\left\{\begin{array}{rcl} x+2y & = & -1 \\ 2x-3y & = & 12 \end{array}\right.$

10 Applications

Exercice 11. Trouver deux nombres entiers consécutifs tels que la somme de leurs carrés soit égale à 545.

Exercice 12. Deux nombres sont entre eux comme 4 est à 7 et la somme de leurs carrés est égale à 3185. Quels sont ces nombres ?

Exercice 13. Trouver deux nombres pairs consécutifs dont le produit est égal à 2808.

Exercice 14. On achète un terrain agricole au prix de 15000 francs. Quelle est sa surface, sachant que si le prix du m^2 avait été inférieur de 5 francs, la parcelle aurait pu être agrandie de 500 m^2 ?

Exercice 15. Un automobiliste accomplit un trajet de 360 km. A son arrivée, il constate que le voyage aurait duré une heure de moins si sa vitesse moyenne avait augmenté de 12 km/h. Quelle a été la durée du voyage ?

Exercice 16. Une cagnotte à fonds perdu doit être partagée entre les membres d'une société qui organise une course. Quatre personnes ne peuvent participer à la course, ce qui augmente la part des autres de 50 francs. Combien de personnes cotisent à la cagnotte si le capital que contient cette dernière s'élève à 4"000 Frs ?

Exercice 17. Deux fontaines peuvent remplir un bassin en 18 heures ; trouver le temps quil faudrait à chacune d'elles coulant seule, si la première emploie 27 heures de plus que la seconde.

Exercice 18. A et B travaillant ensemble accomplissent un ouvrage en 18 heures. Si A avait dû le faire seul, il aurait employé 15 heures de plus que B. Combien de temps mettrait chacun d'eux travaillant seul pour accomplir le même ouvrage.

Exercice 19. Un robinet remplit un réservoir de 270 litres. Si le débit augmentait d'un litre par seconde, il faudrait 45 secondes de moins pour remplir le réservoir. Quel est le débit du robinet ?

Exercice 20. On veut construire deux cadres métalliques carrés avec un fil de fer de 64 cm de long. Si l'aire de la surface délimitée par le premier cadre vaut 9 fois l'aire de l'autre, quelles sont les dimensions de chaque cadre ?

Exercice 21. La vitesse du courant d'un fleuve est de 5 km/h. Il faut à un rameur 30 minutes de plus pour parcourir 1,2 km en remontant le courant que pour la même distance en descendant. Quelle est la vitesse du canoë en eau tranquille ?

Solutions

Exercice 1.

a) $x = 0$

b) $x = 2, x = -2$

c) $x = 7, x = -7$

d) Pas de solution

e) $x = 0, x = 5$

f) $x = 0, x = 4$

g) $x = 0, x = \frac{1}{2}$

h) $x = 2, x = -2$

i) $x = 2, x = -2$

j) $x = \sqrt{\frac{14}{5}}, x = -\sqrt{\frac{14}{5}}$

Exercice 2.

a) $x = 1$

b) $x = -3$

c) $x = 5$

d) $x = \frac{1}{2}$

e) $x = -\frac{2}{3}$

f) $x = \frac{3}{4}$

g) $x = 0, x = -\frac{4}{3}$

h) $x = 0, x = 4$

i) $x = 0, x = 3, x = -3$

j) $x = 1, x = 7$

Exercice 3.

a) $x = -2, x = -3$

b) $x = 4, x = -1$

c) $x = -5, x = 3$

d) $x = 6, x = 7$

e) $x = -6, x = 5$

f) $x = 0, x = 6, x = -6$

g) $x = 0, x = 5, x = -2$

h) $x = 11, x = -2$

i) $x = \frac{3}{2}, x = 2, x = -2$

j) $x = 8, x = 4, x = -6, x = 1$

Exercice 4.

a) pas de solutions ;

b) $x = 2$;

c) $x = -3, x = 8$.

Exercice 5.

a) $x=-5, x=2$
b) $x=-4, x=1$
c) $x=-6, x=1$
d) $x=-4, x=11$
e) $x=-4, x=2$
f) $x=1, x=2$
g) $x=4$
h) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{41}}{8}$
i) $x=-\dfrac{3}{2}, x=\dfrac{5}{4}$
j) $x=9$
k) $x=-\dfrac{3}{2}, x=\dfrac{4}{3}$
l) $x=-2, x=\dfrac{7}{4}$
m) $x=-\dfrac{6}{5}, x=\dfrac{2}{3}$
n) $x=-\dfrac{2}{5}, x=\dfrac{7}{3}$
o) $x=-\dfrac{9}{2}, x=\dfrac{3}{4}$
p) $x=-\dfrac{5}{2}$

Exercice 6.

a) $x=-20, x=8$
b) $x=-4, x=8$
c) $x=-15, x=1$
d) $x=1, x=7$
e) $x=-10, x=12$
f) $x=0, x=-\dfrac{7}{2}$
g) $x=2, x=6$
h) $x=1, x=11$
i) $x=-9, x=3$
j) $x=4$
k) $x=-\dfrac{1}{5}, x=\dfrac{3}{4}$
l) $x=1, x=\dfrac{1}{m}$
m) $x=0, x=\dfrac{2}{5}$
n) $x=a-b, x=a+b$
o) $x=2, x=-1$
p) $x=\dfrac{5a+b\pm\sqrt{a^2+18ab+b^2}}{2}$

Exercice 7.

a) $x=-5, x=-\dfrac{1}{4}, x=2, x=3$
b) $x=-3, x=2, x=4, x=6$
c) $x=\sqrt{5}, x=-\sqrt{5}, x=2, x=-2$
d) $x=4, x=-4, x=5, x=-5$
e) $x=5, x=-5, x=2, x=-2$
f) $x=-\dfrac{1}{2}, x=2$
g) $x=2, x=-2, x=3, x=-3$
h) $x=-5, x=\dfrac{1}{3}$
i) $x=0, x=5, x=-5$
j) $x=0$
k) $x=-2, x=1$
l) $x=2, x=-2$

Exercice 8.

a) $x = 5, x = 7$
b) $x = 25$
c) pas de solution
d) $x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$
e) pas de solution
f) $x = -2, x = 4$
g) $x = -1$
h) $x = 4$
i) $x = 4$
j) $x = -4$

Exercice 9.

a) $x = 2$
b) $x = 5, x = 7$
c) pas de solution
d) pas de solution
e) $x = \frac{3}{2}$
f) $x = -\frac{1}{2}, x = 1$
g) pas de solution
h) $x = \frac{1}{2}$
i) $x = \frac{11}{2}$
j) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{5}\right\}$
k) pas de solution
l) pas de solution

Exercice 10.

a) $(x; y) = (3; 5)$ et $(x; y) = (-1; -3)$
b) $(x; y) = (-2; 5)$ et $(x; y) = (1; 2)$
c) $(x; y) = (1; 0)$ et $x; y) = (-3; 2)$
d) Pas de solution
e) $(x; y) = (0; 0)$ et $(x; y) = \left(\frac{1}{8}; \frac{1}{128}\right)$
f) $(x; y) = (3; -2)$

Exercice 11. 16 et 17 ou -17 et -16.

Exercice 12. 28 et 49 ou -28 et -49.

Exercice 13. 52 et 54 ou -54 et -52.

Exercice 14. 1000 m^2.

Exercice 15. 6 h.

Exercice 16. 20 personnes.

Exercice 17. 27 h et 54 h.

Exercice 18. 30 h et 45 h.

Exercice 19. 2 litres par seconde.

Exercice 20. grand cadre : 12, petit cadre : 4.

Exercice 21. 7 km/h.

Table des matières