

Statistiques: Série 4

Corrigé

Exercice 1. $E = 6 - (-12) = 18$.

Exercice 2.

x_i	x_i^2
-9	81
-4	16
1	1
7	49
10	100
21	441
26	688

Du tableau ci-dessus, on en tire $\bar{x} = \frac{26}{6}$ et $\overline{x^2} = \frac{688}{6}$.

Donc

$$V = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{688}{6} - \left(\frac{26}{6}\right)^2 = 95, \bar{8}$$

Il s'ensuit la valeur de l'écart-type :

$$\sigma = \sqrt{V} \cong 9,79.$$

Exercice 3. On a

Ages	Effectifs	Centres	Centres ²
]0; 20]	72	10	100
]20; 65]	180	42,5	1806,25
]65; 100]	43	82,5	6806,25

On a

$$\bar{x} = \frac{72 \cdot 10 + 180 \cdot 42,5 + 43 \cdot 82,5}{295} \cong 40,398$$

et

$$\overline{x^2} = \frac{72 \cdot 100 + 180 \cdot 1806,25 + 43 \cdot 6806,25}{295} \cong 2118,623.$$

On en tire la variance

$$V = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \cong 2118,623 - 40,398^2 \cong 486,6$$

et l'écart-type

$$\sigma = \sqrt{V} \cong 22,059.$$

On a

Salaire (en Frs)	Nombre de collaborateurs	Centres	Centres ²
]0; 80]	32	40	1600
]80; 100]	48	90	8100
]100; 260]	20	180	32'400

On a

$$\bar{x} = \frac{32 \cdot 40 + 48 \cdot 90 + 20 \cdot 100}{100} = 92$$

et

$$\overline{x^2} = \frac{32 \cdot 1600 + 48 \cdot 8100 + 20 \cdot 32'400}{100} = 10'880.$$

D'où la variance

$$V = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 10'880 - 92^2 = 2'416$$

et l'écart-type

$$\sigma = \sqrt{V} \cong 49,153.$$

Exercice 4.

Nombre de jours d'absence x_i	Nombre d'employés	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	Effectifs cumulés
0	36	-1,296	1,296	36
1	42	-0,296	0,296	78
2	20	0,704	0,704	98
3	11	1,704	1,704	109
4	3	2,704	2,704	112
5	2	3,704	3,704	114
12	1	10,704	10,704	115

On a

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 42 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 12 \cdot 1}{115} \cong 1,296.$$

a) L'étendue est donnée par

$$E = 12 - 0 = 12.$$

L'écart absolu moyen vaut

$$e_a = \frac{36 \cdot 1,296 + 42 \cdot 0,296 + 20 \cdot 0,704 + 11 \cdot 1,704 + 3 \cdot 2,704 + 2 \cdot 3,704 + 1 \cdot 10,704}{115} \cong 1,027.$$

Les quartiles Q_1 et Q_3 sont de rang $\frac{115+3}{4} = 29,5$ et $\frac{3 \cdot 115 + 1}{4} = 86,5$.

Donc $Q_1 = 0$ et $Q_3 = 2$.

D'où

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{2 - 0}{2} = 1.$$

b) La proportion des employés ayant manqué plus de deux jours de travail est donnée par

$$\frac{11 + 3 + 2 + 1}{115} = 14,8\%.$$

Exercice 5.

Coût en francs	Nombre de semaines	Centres c_i	$c_i - \bar{x}$	$ c_i - \bar{x} $	Effectifs cumulés
[40; 50[	1	45	-40,2	40,2	1
[50; 60[	2	55	-30,2	30,2	3
[60; 70[	4	65	-20,2	20,2	7
[70; 80[	6	75	-10,2	10,2	13
[80; 90[	23	85	-0,2	0,2	36
[90; 100[	7	95	9,8	9,8	43
[100; 110[	4	105	19,8	19,8	47
[110; 120[	2	115	29,8	29,8	49
[120; 130[	1	125	39,8	39,8	50

On a

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 45 + 2 \cdot 55 + 4 \cdot 65 + 6 \cdot 75 + 23 \cdot 85 + 7 \cdot 95 + 4 \cdot 105 + 2 \cdot 115 + 1 \cdot 125}{50} = 85,2.$$

a) L'étendue vaut $E = 130 - 40 = 90$. L'écart absolu moyen vaut

$$e_a = \frac{1 \cdot 40,2 + 2 \cdot 30,2 + 4 \cdot 20,2 + 6 \cdot 10,2 + 23 \cdot 0,2 + 7 \cdot 9,8 + 4 \cdot 19,8 + 2 \cdot 29,8 + 1 \cdot 39,8}{50} \cong 9,888.$$

Le rang du quartile Q_1 est donné par $\frac{50 + 2}{4} = 13$. La 13^{ème} observation se trouve dans la classe [70; 80[. Dans cette classe, elle occupe la position $13 - 7 = 6$. On a donc

$$Q_1 = 70 + 6 \cdot \frac{10}{6} = 80.$$

Le rang du quartile Q_3 est donné par $\frac{3 \cdot 50 + 2}{4} = 38$. La 38^{ème} observation se trouve dans la classe [90; 100[. Dans cette classe, elle occupe la position $38 - 36 = 2$. On a donc

$$Q_3 = 90 + 2 \cdot \frac{10}{7} \cong 92,867.$$

D'où

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \cong 6,429.$$

b) La proportion des marchés dont le coût excède 100 francs est égale à $\frac{4 + 2 + 1}{50} = 14\%$.

Exercice 6.

a) $C_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{50}{1500} = 3,3\%.$

b) $C_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{30}{500} = 6\%.$

c) Le coefficient pour le titre B étant plus élevé que celui de A , les prix quotidiens ont davantage varié pour le titre B que pour la catégorie A .