Géométrie plane

Karim Saïd

Ecole Technique, Année scolaire 2020-2021

1 Aires et périmètres

Définition. On appelle *polygone*, toute figure du plan limitée uniquement par des segments.

Définition.

1. On appelle *triangle* tout polygone à trois côtés.
2. On appelle *quadrilatère* tout polygone à quatre côté.
3. On appelle *carré* tout quadrilatère possédant quatre côtés isométriques et quatre angles droits.
4. On appelle *rectangle* tout quadrilatère possédant deux paires de côtés isométriques et quatre angles droits.
5. On appelle *parallélogramme* tout quadrilatère possédant deux paires de côtés isométriques.
6. On appelle *losange* tout quadrilatère possédant quatre côtés isométriques.
7. On appelle *trapèze* tout quadrilatère une paire de côtés isométriques.

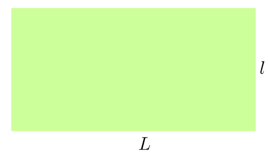
Définition. on dit d'un triangle qu'il est

1. *Rectangle* s'il possède un angle droit.
2. *Isocèle* s'il possède une paire de côtés égaux.
3. *Equilatéral* s'il possède trois côtés égaux.

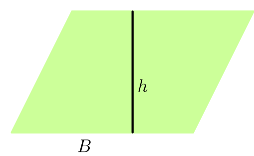
Théorème.

1. L'aire d'un *carré* est donnée par $\boxed{A = c^2}$.

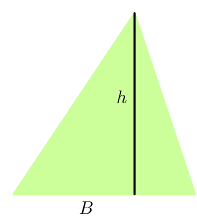
2. L'aire d'un *rectangle* est donnée par $\boxed{A = L \cdot l}$.



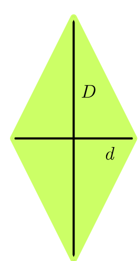
3. L'aire d'un *parallélogramme* est donnée par $\boxed{A = B \cdot h}$.



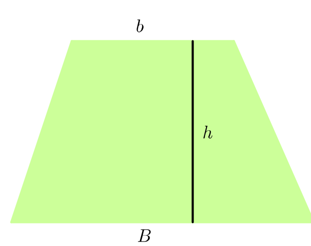
4. L'aire d'un *triangle* est donnée par $\boxed{A = \frac{B \cdot h}{2}}$.



5. L'aire d'un *losange* est donnée par $\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2}}$.



6. L'aire d'un *trapèze* est donnée par $\boxed{A = \frac{B + b}{2} \cdot h}$.



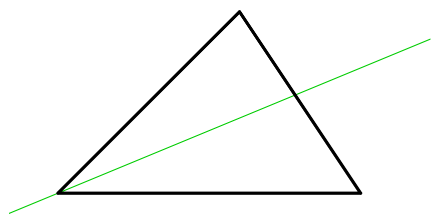
Exercice 1. Quelle est la base d'un terrain triangulaire de 10 m de haut si l'aire vaut 120 m^2 ?

Exercice 2. Quelle est la mesure de la hauteur d'un parallélogramme dont l'aire mesure 540 cm^2 et la base 3,5 dm ?

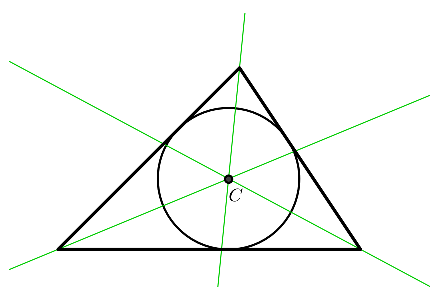
Exercice 3. Un verger en forme de trapèze a 56 m de grande base ; la petite base est les $\frac{3}{4}$ de la grande et la distance entre les deux bases est de 25 m. Quelle est l'aire du verger ?

2 Caractéristiques du triangle

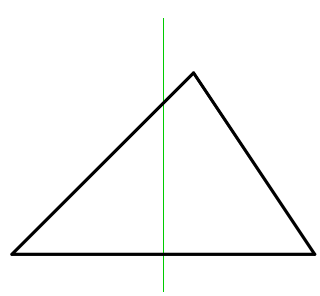
Définition. On appelle *bissectrice* toute droite qui coupe un angle donné en deux angles isomériques.



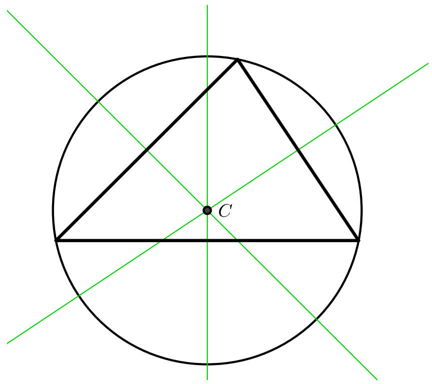
Théorème. *Les trois bissectrices d'un triangle concourent en un point C qui est le centre du cercle inscrit.*



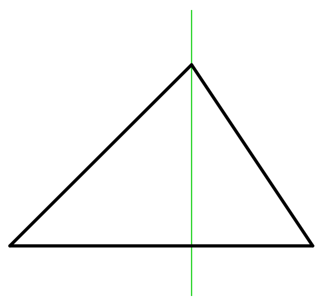
Définition. La *médiatrice* d'un segment est la droite passant par le milieu du segment et qui est perpendiculaire au segment.



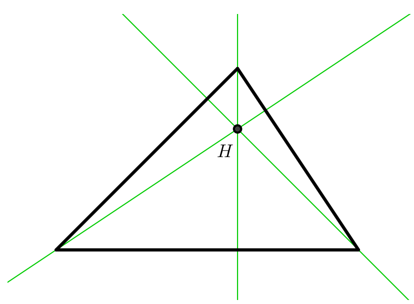
Théorème. *Les trois médiatrices d'un triangle concourent en un point C qui est le centre du cercle circonscrit.*



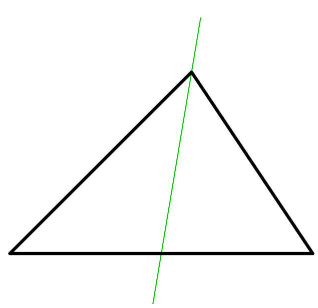
Définition. Une *hauteur* d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.



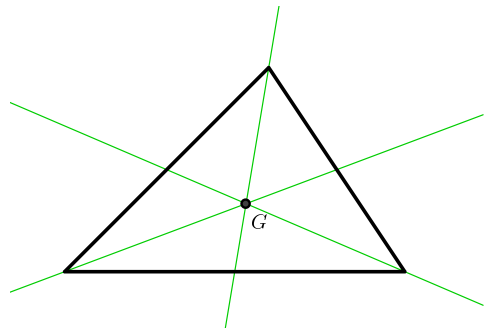
Théorème. *Les trois hauteurs d'un triangle concourent en un point O appelé orthocentre.*



Définition. Une *médiane* d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé.



Théorème. *Les trois médianes d'un triangle concourent en un point G appelé centre de gravité.*



Exercice 4. On donne les points $A(5;4)$, $B(-1;12)$ et $C(-7;-5)$.

a) Reporter ces trois points dans un systeme d'axes (prendre 1 carreau comme unite) ;
b) Construire, à la règle et au compas, les 3 médiatrices du triangle ABC ;
c) Déterminer graphiquement les coordonnees du centre K du cercle circonscrit au triangle, puis tracer ce cercle.

Exercice 5. On donne les points $A(4;14)$, $B(-8;-4)$ et $C(10;2)$.

a) Reporter ces trois points dans un systeme d'axes (prendre 1 carreau comme unite) ;
b) Construire, à la règle et au compas, les 3 medianes du triangle ABC ;
c) Déterminer graphiquement les coordonnees du centre de gravite G.

Exercice 6. On donne les points $A(2;3)$, $B(27;3)$ et $C(18;15)$.

a) Reporter ces trois points dans un systeme d'axes (prendre 1 carreau comme unite) ;
b) Construire, à la règle et au compas, les 3 bissectrices du triangle ABC ;
c) Déterminer graphiquement les coordonnees du centre K du cercle inscrit au triangle, puis tracer ce cercle.

Exercice 7. On donne les points $A(-6;.4)$, $B(12;2)$ et $C(2;12)$.

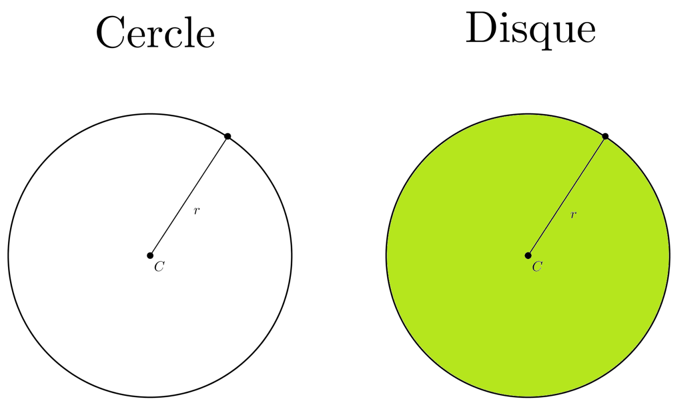
a) Reporter ces trois points dans un systeme d'axes (prendre 1 carreau comme unite) ;
b) Construire, à l'aide de l'équerre et de la règle, les 3 hauteurs du triangle ABC ;
c) Déterminer graphiquement les coordonnees du point H, intersection des 3 hauteurs.

3 Cercle et Disque

3.1 Définitions

Définition.

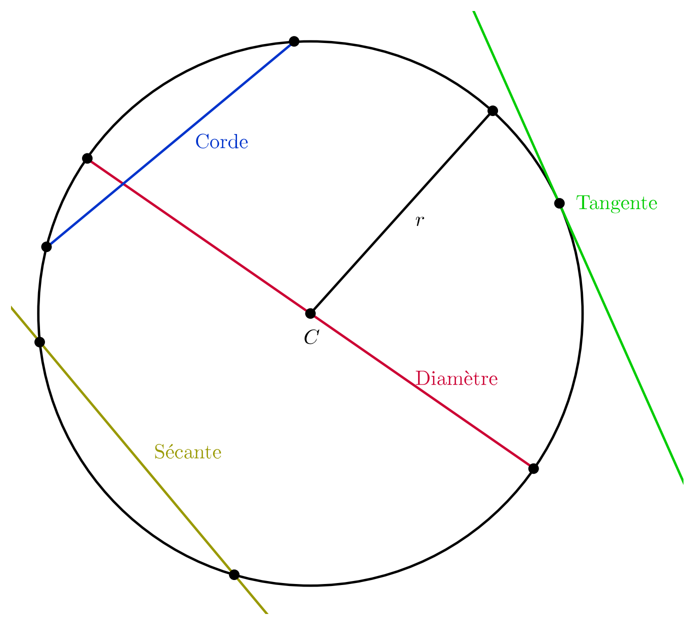
1. On appelle *cercle* de centre $C(a;b)$ et de rayon $r \geq 0$ l'ensemble des points $P(x;y)$ du plan situés à distance r de C.
2. On appelle *disque* de centre $C(a;b)$ et de rayon $r \geq 0$ l'ensemble des points $P(x;y)$ du plan situés à distance inférieure ou égale à r de C.



3.2 Eléments du cercle

Définition. Soit un cercle de centre C et de rayon r.

1. On appelle *corde* tout segment de droite dont les extrêmités se trouvent sur le cercle.
2. On appelle *sécante* toute droite passant par deux points du cercle.
3. On appelle *tangente* toute droite passant par exactement un seul point du cercle.



3.3 Aire et longueur d'un secteur circulaire

Théorème.

1. Le périmiètre P d'un cercle de centre C et de rayon r (ou d'un disque de centre C et de rayon r) est donné par
$$\boxed{P = 2\pi r.}$$
2. L'aire d'un disque de centre C et de rayon r est donnée par
$$\boxed{A = \pi r^2.}$$

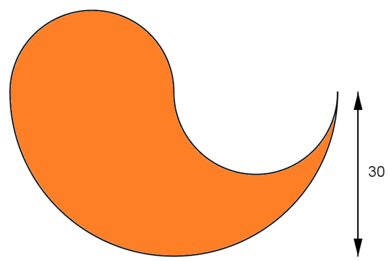
Exercice 8. Déterminer l'aire et le périmètre d'un disque de rayon 6.

Exercice 9. Quelle distance une roue de 0,45 m de rayon parcourt-elle en 50 tours ?

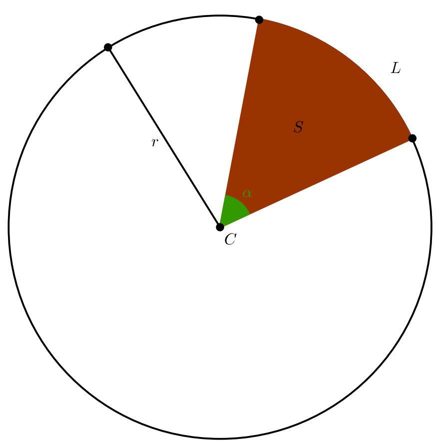
Exercice 10. Les roues d'une voiture ont un diamètre de 56 cm. Quel est le nombre de tours effectués sur un parcours rectiligne de 5 km ?

Exercice 11. Dans un parc de 3607 m^2, on construit une piscine circulaire de 16 m de diamètre. Quelle est l'aire restante ?

Exercice 12. Déterminer l'aire et le périmètre de la surface colorée ci-dessous.



Exercice 13. Soit un disque de centre C et de rayon r. On note α, L et A respectivement la valeur de l'angle au centre, de la longueur de l'arc de cercle et l'aire du secteur.



Connaissant deux des 4 grandeurs r, α, L et A, compléter le tableau ci-dessous.

r	α	L	A
10	40°		
15		45	
12			200
	120°	90	
	200°		320
		50	400

Exercice 14. Sur un disque de 20 cm de périmètre, un angle au centre de $33,2°$ intercepte un arc dont on demande la longueur. Déterminer ensuite l'aire du secteur circulaire déterminé par le même angle au centre.

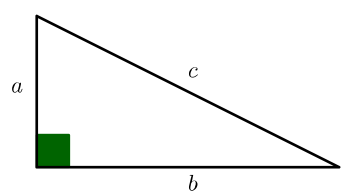
Exercice 15. Quel est le rayon du cercle sur lequel un angle au centre de $100°$ intercepte un arc de 2,5 m ?

4 Théorème de Pythagore

Définition. Dans un triangle est rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé *hypoténuse*, tandis que les deux autres côtés sont appelés les *cathètes*.

Théorème (Théorème de Pythagore). *Si a et b sont les cathètes d'un triangle rectangle d'hypoténuse c, alors*

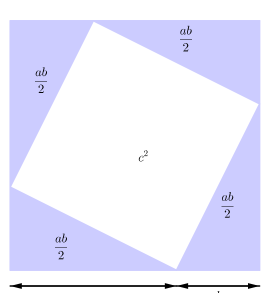
$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2.}$$



L'une des nombreuses preuves de ce théorème repose sur le calcul de l'aire A d'un carré de côté $a + b$.

Preuve. L'aire A du carré apparaissant ci-dessous est donnée par

$$A = \begin{cases} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ c^2 + 4 \cdot \dfrac{ab}{2} &= c^2 + 2ab \end{cases}$$



il s'ensuit que

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

d'où

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

□

Exercice 16. Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 50 cm et l'une des cathètes 48 cm. Quelle est la mesure de l'autre cathète ?

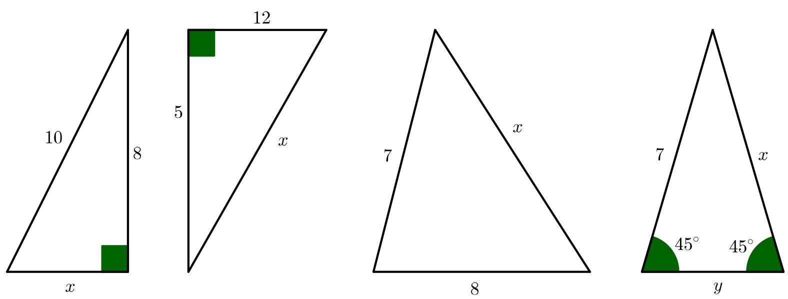
Exercice 17. Parmi les triangles ci-dessous, lesquels sont rectangles ?

a) 6 ; 8 ; 10.

b) 15 ; 25 ; 20.

c) 12 ; 16 ; 9.

Exercice 18. Calculer la mesure manquante. Si cela n'est pas possible, expliquer pourquoi



Exercice 19. Quelle est la mesure de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 2 ?

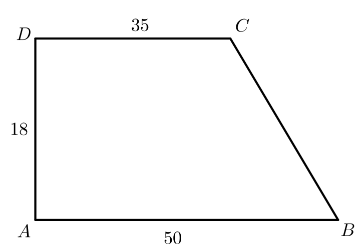
Exercice 20. Calculer l'aire et le périmètre d'un carré inscrit dans un cercle de rayon 12.

Exercice 21. Quelle est l'aire d'un rectangle de diagonale 125 et de largeur 44 ?

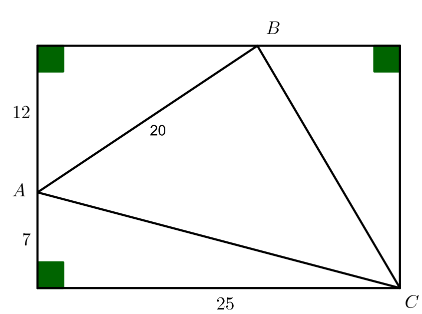
Exercice 22. Quelle est l'aire d'un triangle équilatéral dont le côté mesure 18 cm ?

Exercice 23. Quel est le périmètre d'un triangle équilatéral de hauteur 21 ?

Exercice 24. Calculer le périmètre du trapèze rectangle $ABCD$ ci-dessous.



Exercice 25. Quel est le périmètre du triangle ABC ?



Exercice 26. Dans un trapèze rectangle, la petite base vaut les $\frac{8}{11}$-ièmes de la grande base. Sachant que la hauteur du trapèze mesure 1,2 m et l'aire 4,788 m^2, quel est le périmètre du trapèze ?

Exercice 27. Quelle est l'aire d'un losange dont le périmètre mesure 260 cm et l'une des diagonales 66 cm ?

Exercice 28. Les bases d'un trapèze isocèle mesurent 4 cm et 14 cm. Le périmètre du trapèze est égal à 44 cm. Calculer

a) L'aire de ce trapèze.

b) La longueur d'une des diagonales.

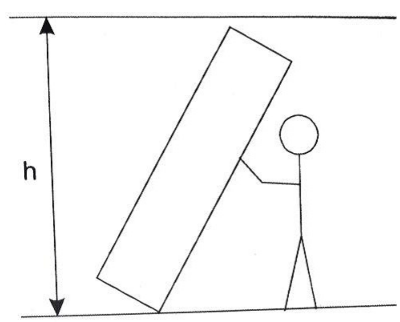
Exercice 29. Calculer la longueur des cathètes d'un triangle rectangle, sachant que son hypoténuse mesure 125 cm et que l'une des deux cathètes est deux fois plus longue que l'autre.

Exercice 30. Déterminer la longueur de la diagonale d'un parallélépipède rectangle de côtés 3, 4 et 12.

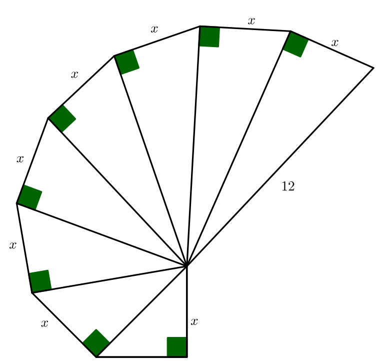
Exercice 31. Un homme doit redresser une armoire de $2,35$ mètres de hauteur sur 40 cm de largeur.

a) Va-t-il y parvenir, sachant que la hauteur h de la pièce est de $2,4$ mètres ?

b) Quelle est la largeur maximale que peut avoir l'armoire pour que l'on puisse la redresser ?

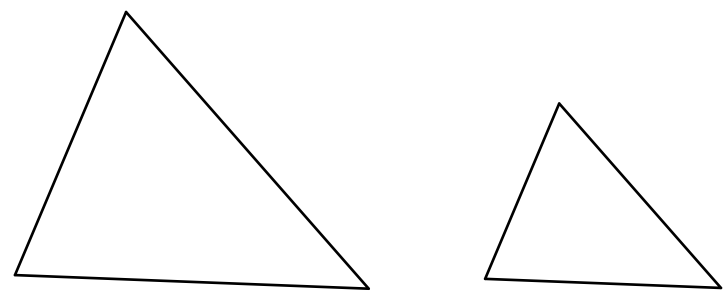


Exercice 32 (l'escargot de Pythagore). Déterminer la valeur de x.

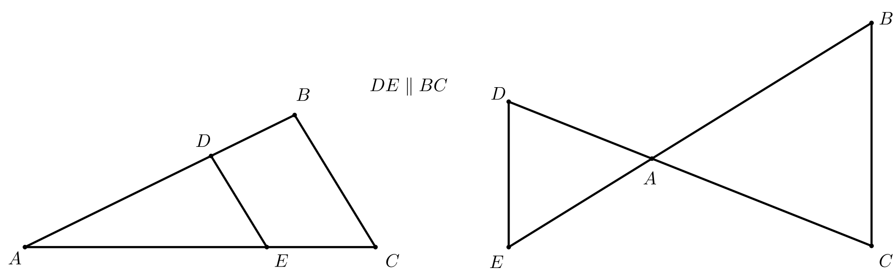


5 Théorème de Thalès

Définition. On dit de deux triangles qu'ils sont *semblables* si leurs angles correspondants sont isométriques.



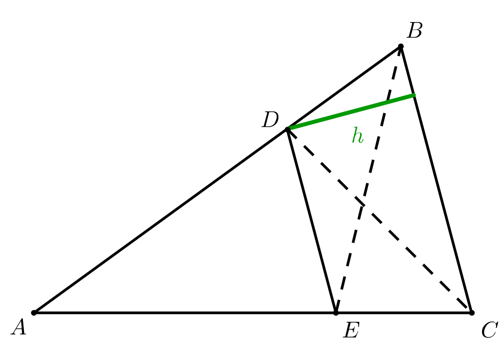
Théorème (Théorème de Thalès). *Dans le plan, une droite parallèle à l'un des côtés d'un triangle coupe ce dernier en un triangle semblable.*



$$\boxed{\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}} \qquad \boxed{\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}}$$

$$\boxed{\frac{EC}{AE} = \frac{BD}{AD}} \qquad \boxed{\frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}}$$

Preuve. Les triangles DEB et DEC ci-dessous ont même aire.

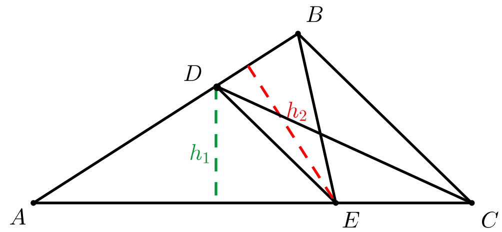


En effet, on a

$$\text{Aire}(DEB) = \frac{DE \cdot h}{2}$$

et

$$\text{Aire}(DEC) = \frac{DE \cdot h}{2}.$$



Calculons alors les aires des triangles DEB, DEC et DEA :

$$\text{Aire}(DEC) = \frac{EC \cdot h_1}{2}$$
$$\text{Aire}(DEB) = \frac{BD \cdot h_2}{2}$$
$$\text{Aire}(DEA) = \frac{AE \cdot h_1}{2} = \frac{AD \cdot h_2}{2}.$$

Puisque $\text{Aire}(DEB) = \text{Aire}(DEC)$, on a

$$\frac{\text{Aire}(DEC)}{\text{Aire}(DEA)} = \frac{\frac{EC \cdot h_1}{2}}{\frac{AE \cdot h_1}{2}} = \frac{EC}{AE} = \frac{\text{Aire}(DEB)}{\text{Aire}(DEA)} = \frac{\frac{BD \cdot h_2}{2}}{\frac{AD \cdot h_2}{2}} = \frac{BD}{AD}.$$

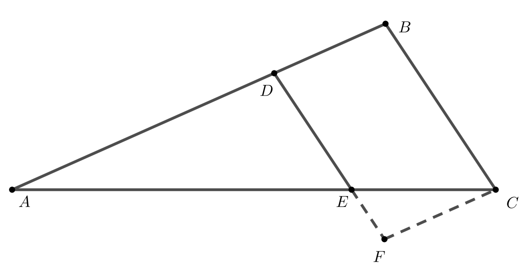
D'autre part, on a

$$\begin{aligned}
\frac{BD}{AD} &= \frac{EC}{AE} \\
\frac{BD}{AD} + 1 &= \frac{EC}{AE} + 1 \\
\frac{BD}{AD} + \frac{AD}{AD} &= \frac{EC}{AE} + \frac{AE}{AE} \\
\frac{AB}{AD} &= \frac{AC}{AE} \\
\frac{AD}{AB} &= \frac{AE}{AC}.
\end{aligned}$$

Il reste à voir que

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

Soit F un point du plan tel que $BCDF$ soit un parallélogramme.



Les triangles ADE et CEF étant semblables, il est possible d'utiliser ce qui a été démontré ci-dessus :

$$\begin{aligned}\frac{EF}{DE} &= \frac{EC}{AE}\\ \frac{EF}{DE}+1 &= \frac{EC}{AE}+1\\ \frac{EF}{DE}+\frac{DE}{DE} &= \frac{EC}{AE}+\frac{DE}{DE}\\ \frac{DF}{DE} &= \frac{AC}{AE}\end{aligned}$$

$BCDF$ étant un parallélogramme, on a $DF = BC$. L'égalité ci-dessus se réecrit donc

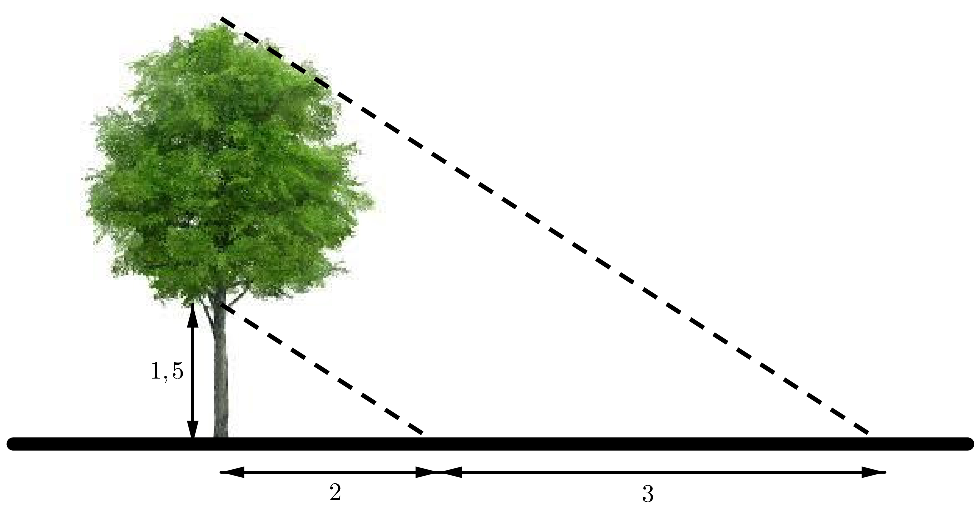
$$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE},$$

c'est-à-dire

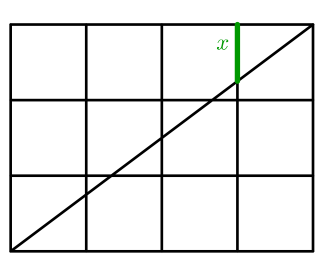
$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}.$$

$\square$

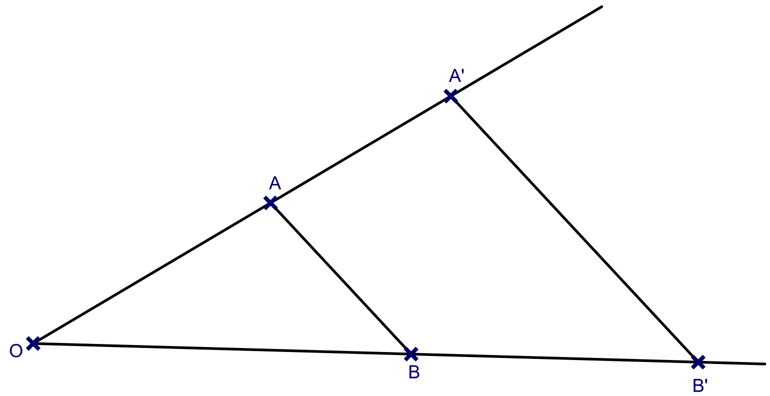
Exercice 33. Afin de mesurer la hauteur de l'arbre ci-dessous, on parvient à mesurer la hauteur de la branche la plus basse, puis la distance du pied de l'arbre à l'ombre de cette branche et enfin la distance de cette ombre au sommet. Les mesures obenues, exprimées en mètres, figurent ci-dessous. Quelle est la mesure de la hauteur de cet arbre ?



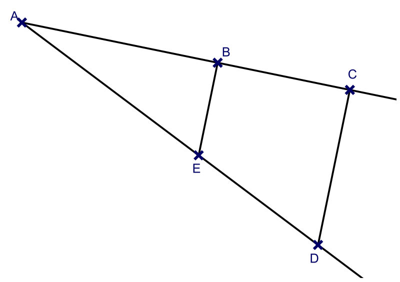
Exercice 34. La figure ci-dessous est formée de 12 carrés de côtés 2. Quelle est la longueur du segment x ?



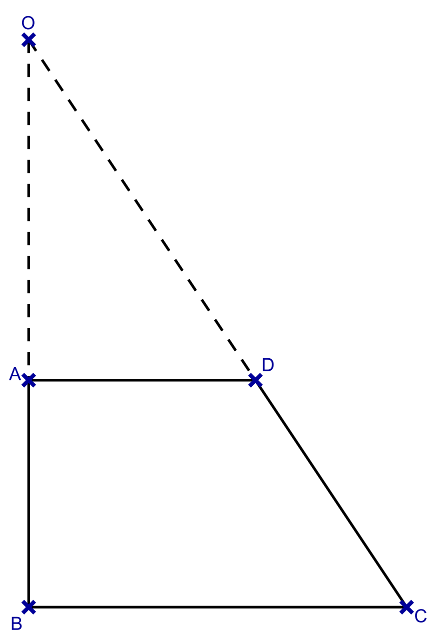
Exercice 35. On donne $OA = 72$, $OB = 102$, $OA' = 96$ et $AB = 54$. Calculer OB' et $A'B'$, sachant que $AB \parallel A'B'$.



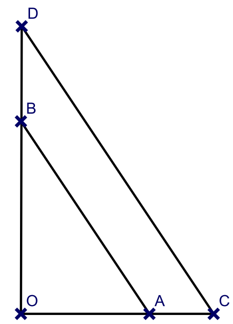
Exercice 36. On donne $AE = 25$, $AB = 20$ et $BC = 15$. Calculer ED, EB et CD, sachant que la droite AB est perpendiculaire aux droites BE et CD.



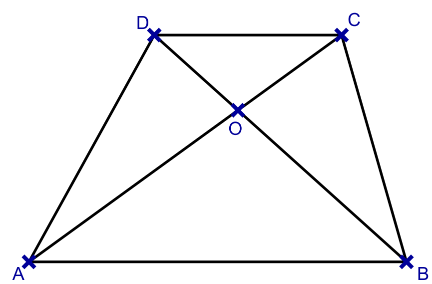
Exercice 37. Les côtés non parallèles du trapèze rectangle $ABCD$ se coupent au point O. Calculer l'aire et le le périmètre de $ABCD$, sachant que $BC = 36$, $OC = 164$ et $OA = 120$.



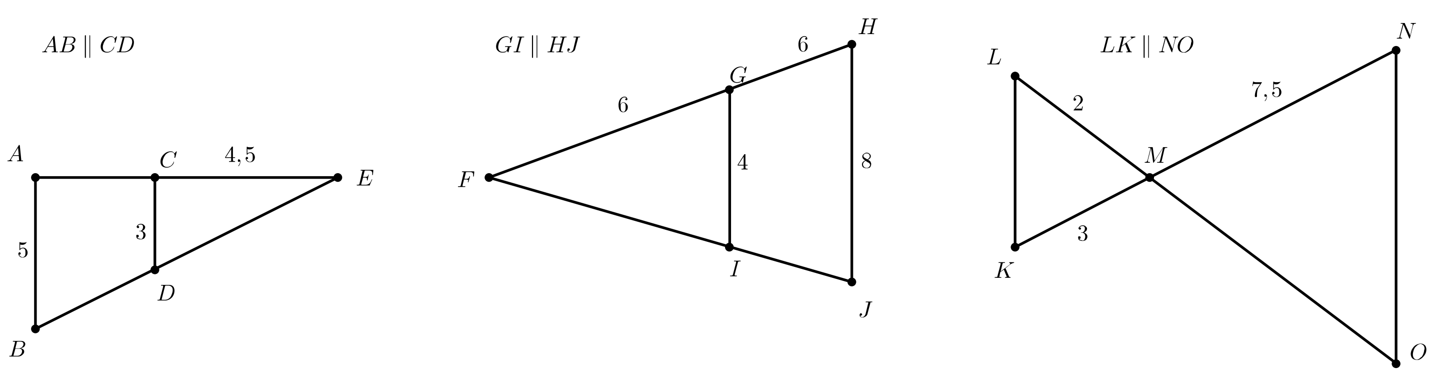
Exercice 38. On donne $OA = 5$, $OB = 12$ et $OC = 12$. Calculer OD, CD et BD, sachant que $AB \parallel CD$ et $OB \perp OC$.



Exercice 39. Les diagonales du trapèze $ABCD$ ci-dessous se coupent au point O. Que vaut la longueur du segment OA, sachant que les bases du trapèze mesurent 6 cm et 9 cm, et que la diagonale AC mesure 10 cm ?



Exercice 40. Soient les figures suivantes.

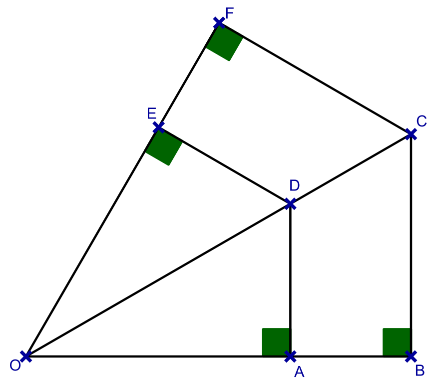


a) Quelle est la mesure de AE ?

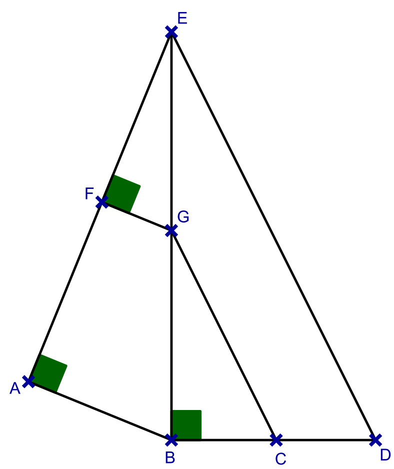
b) Les segments GI et HJ sont-ils parallèles ?

c) Quelle est la mesure de MO ?

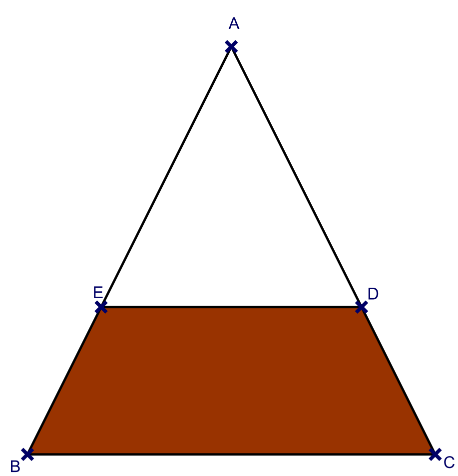
Exercice 41. On donne $OA = 189$, $OB = 252$, $OE = 180$ et $AD = 48$. Calculer BC, OD, OC, OF, ED, et FC, sachant que $OF \perp DE$, $OB \perp AD$, $OF \perp CF$ et $OB \perp BC$.



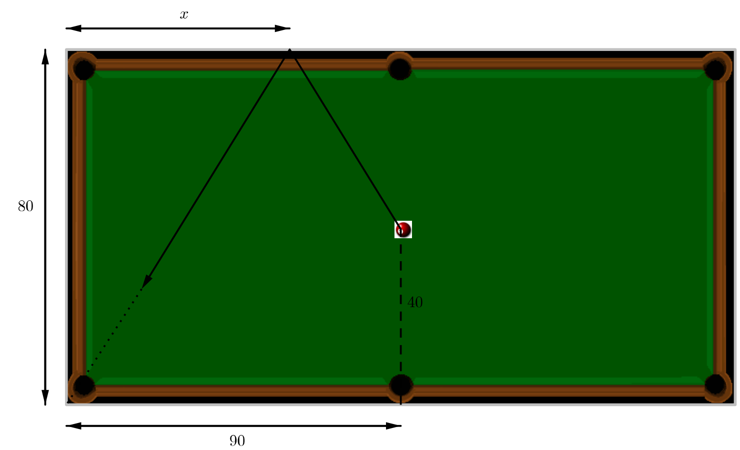
Exercice 42. On donne $ED = 375$, $BC = 150$, $BG = 200$ et $EF = 96$. Calculer CD, EG, AB et AF, sachant que $CG \parallel DE$.



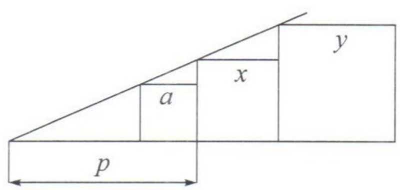
Exercice 43. Soient le triangle isocèle ABC ci-dessous ($AB = AC$) et la droite ED parallèle à BC. Calculer l'aire du trapèze $BCDE$, sachant que $AD = 5$, $CD = 12,5$ et $BC = 21$.



Exercice 44. A quelle distance x le joueur doit-il faire rebondir sa boule de billard pour qu'elle entre dans le trou ?



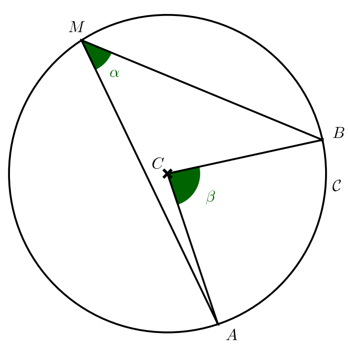
Exercice 45. Les deux carrés de côté x respectivement y sont formés à l'aide d'une homothétie à partir du carré de côté a. Déterminer x et y en fonction de a et p (réponses simplifiées au maximum).



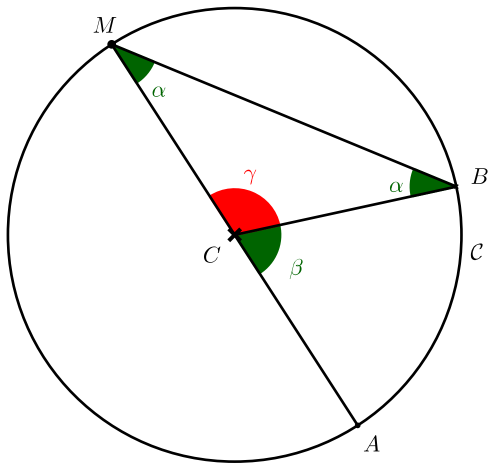
6 Théorème de l'angle au centre

Théorème. *Soit M un point d'un cercle $\mathcal{C}$, de centre C, ainsi que A et B deux points de $\mathcal{C}$ distincts de M. Si les angles $\alpha = \widehat{AMB}$ et $\beta = \widehat{AOB}$ interceptent le même arc AB alors*

$$\boxed{2\alpha = \beta.}$$



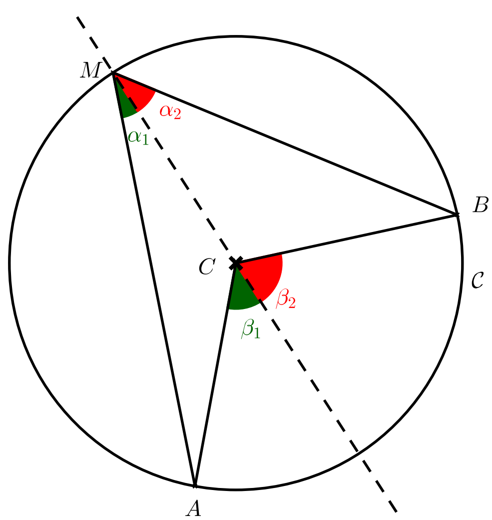
Preuve. Si le segment MD est un diamètre, à l'image de ce qui figure ci-dessous, alors $2\alpha = \beta$.



En effet, danc ce cas, le triangle BCM est isocèle. Par conséquent l'angle de sommet B de ce triangle est également α. Il s'ensuit que $\gamma = 180° - 2\alpha$. Enfin,

$$\beta = 180° - \gamma = 180° - (180° - 2\alpha) = 180° - 180° + 2\alpha = 2\alpha.$$

Plus généralement, on considère la droite passant par C et M. Les angles α et β sont divisés en deux angles α_1, α_2, β_1 et β_2.



Par ce qui précède, on en déduit aisément que

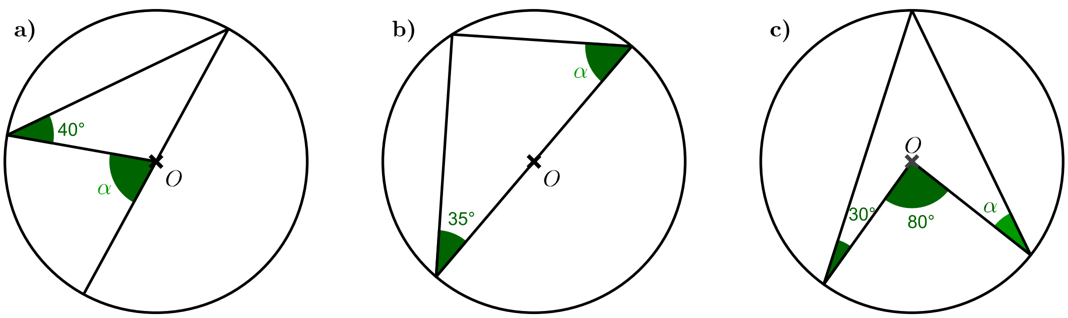
$$2\alpha_1 = \beta_1 \text{ et } 2\alpha_2 = \beta_2.$$

Il s'ensuit que

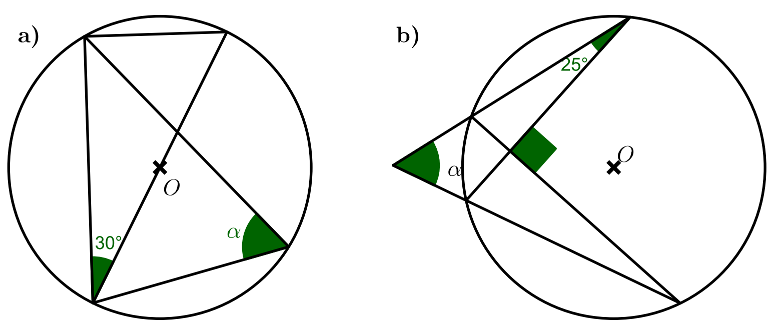
$$2\alpha = 2(\alpha_1 + \alpha_2) = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = \beta_1 + \beta_2 = \beta.$$

$\square$

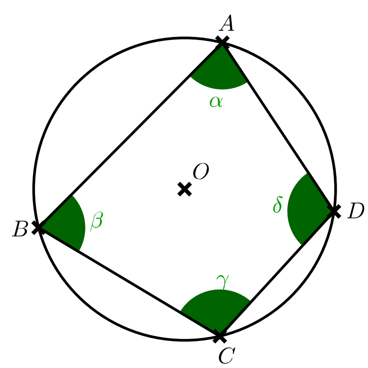
Exercice 46. Sur les croquis ci-dessous, le centre du cercle $\mathcal{C}$ est le point O. Quelle est la mesure de l'angle α ?



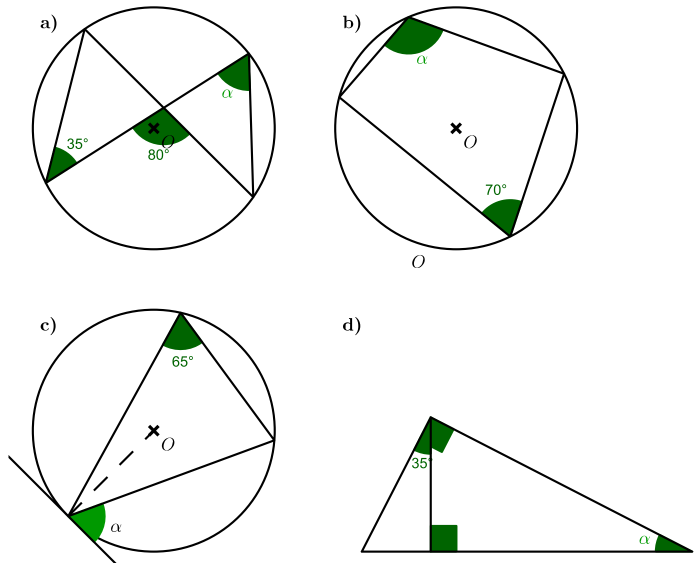
Exercice 47. Même exercice.



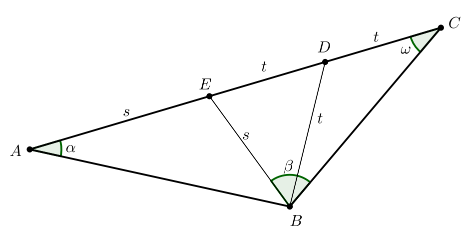
Exercice 48. Montrer que, si un quadrilatère est inscrit dans un cercle, alors ses angles opposés sont supplémentaires.



Exercice 49. Dans chacun des cas suivants, calculer la mesure de l'angle α.

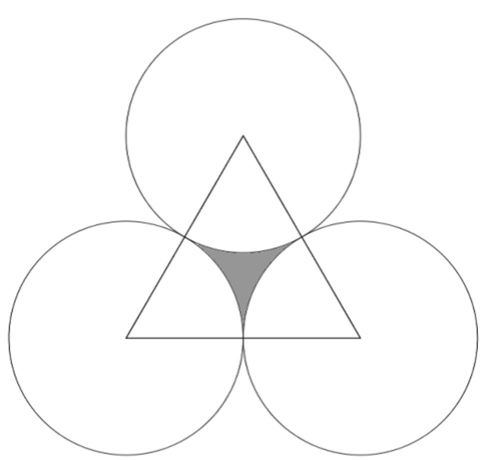


Exercice 50. Déterminer la valeur de α et β en fonction de ω.

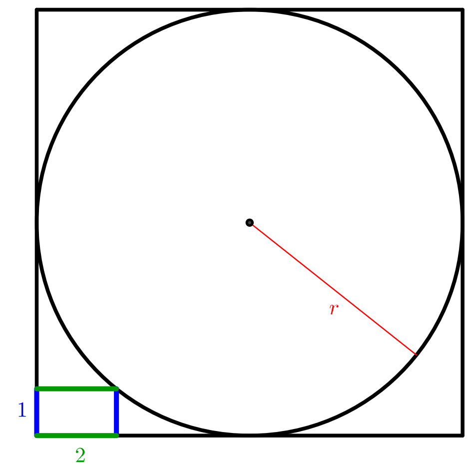


7 Problèmes divers

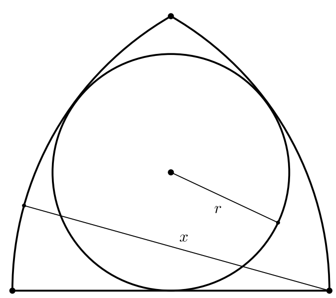
Exercice 51. Chaque cercle de la figure est centré en un sommet d'un triangle équilateral de côté 8. Calculer l'aire de la surface colorée.



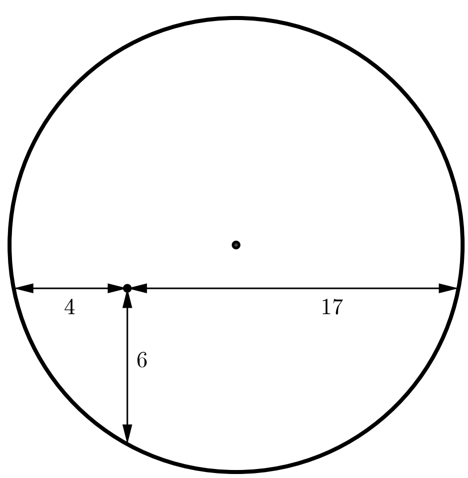
Exercice 52. Quel est le rayon du cercle ci-dessous ?



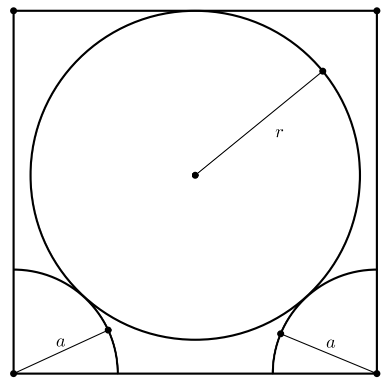
Exercice 53. Déterminer la valeur de x en fonction de r.



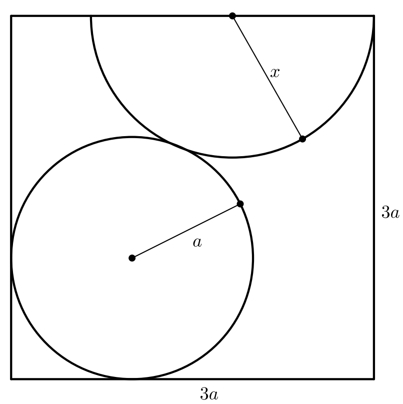
Exercice 54. Quel est le rayon du cercle ci-dessous ?



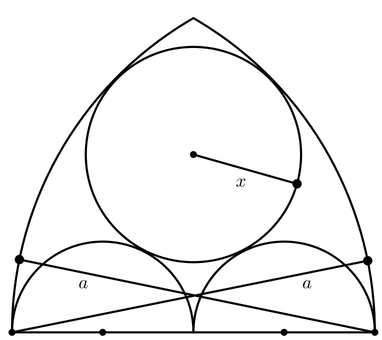
Exercice 55. Déterminer la valeur du rayon r du cercle situé dans le carré de côté $3a$ en fonction de a.



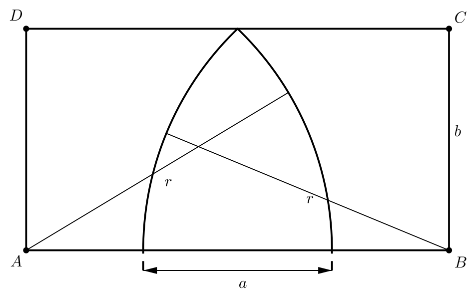
Exercice 56. Déterminer la valeur du rayon x du demi-cercle en fonction de a.



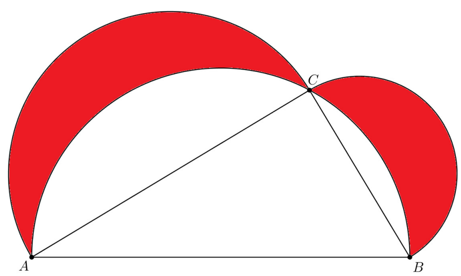
Exercice 57. Déterminer la valeur du rayon x en fonction de a.



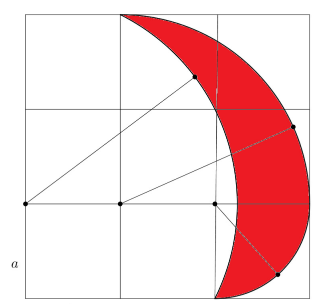
Exercice 58. Déterminer la valeur de r en fonction de a et b.



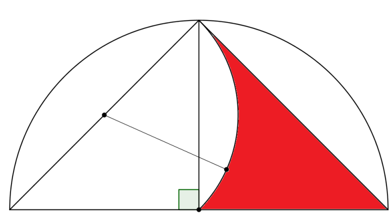
Exercice 59. Si $a = BC$ et $b = AC$, déterminer la valeur de l'aire en rouge.



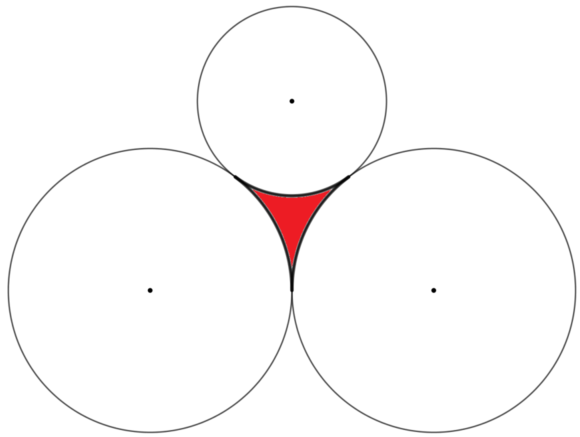
Exercice 60. Toutes les parallèles de la figure sont distantes de a. Déterminer la valeur de l'aire colorée en fonction de a.



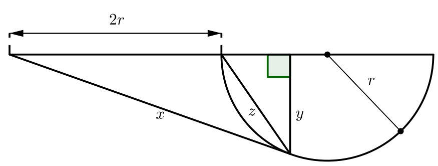
Exercice 61. Déterminer la valeur de l'aire colorée en fonction de c.



Exercice 62. Les trois cercles sont tangents entre eux. Les centres de ces trois cercles forment un triangle rectangle isocèle de cathètes a. Déterminer la valeur de l'aire colorée en fonction de a.



Exercice 63. Déterminer la longueur de la tangente x, ainsi que des segments x et y en fonction de r.



Solutions

Exercice 1. $b = 24$ m.

Exercice 2. $h \cong 15,43$ cm.

Exercice 3. $A = 1225$ m^2.

Exercice 4. $K\left(4; -\frac{7}{2}\right)$.

Exercice 5. $G(2; 4)$.

Exercice 6. $K(17; 8)$.

Exercice 7. $H(4; 6)$.

Exercice 8. $A = 36\pi$, $P = 12\pi$.

Exercice 9. $\sim 141,37$ m.

Exercice 10. Environ 2842 tours.

Exercice 11. $A \cong 3405,94$ m^2.

Exercice 12. $A = 450\pi$, $P = 45\pi$.

Exercice 13.

r	α	L	A
10	40°	6,98	34,91
15	171,88°	45	337,49
12	159,15°	33,33	200
42,97	120°	90	1933,57
13,54	200°	47,26	320
16	179,04°	50	400

Exercice 14. $L = 1,8\overline{4}$, $A \cong 2,94$.

Exercice 15. $r \cong 1,43$.

Exercice 16. 14.

Exercice 17.

a) Rectangle.
b) Rectangle.
c) Pas rectangle.

Exercice 18.

a) $x = 6$.
b) $x = 13$.
c) Pas possible.

d) $x = 7$, $y = \sqrt{98}$.

Exercice 19. $h = \sqrt{3}$.

Exercice 20. $A = 288$, $P = 48\sqrt{2}$.

Exercice 21. $A = 5148$.

Exercice 22. $A \cong 140,3$ cm^2.

Exercice 23. $P \cong 72,74$ cm.

Exercice 24. $P \cong 126,43$.

Exercice 25. $P \cong 66,98$.

Exercice 26. $P \cong 10,92$ m.

Exercice 27. $A = 3696$ m.

Exercice 28.

a) $A = 108$ cm^2.
b) $d = 15$ cm.

Exercice 29. $c_1 \cong 55,9$ cm et $c_2 \cong 111,8$ cm.

Exercice 30. $d = 13$.

Exercice 31.

a) Oui.
b) Environ 48, 7 m.

Exercice 32. $x = 4$.

Exercice 33. $h = 3,75$ m.

Exercice 34. $x = 1,5$.

Exercice 35. $OB' = 136$ et $A'B' = 72$.

Exercice 36. $ED = 18,75$, $EB = 15$ et $CD = 26,25$.

Exercice 37. $A = 1260$ et $P = 144$.

Exercice 38. $OD = 28,8$, $CD = 31,2$ et $BD = 16,8$.

Exercice 39. $OA = 6$ cm.

Exercice 40.

a) $AE = 7,5$.
b) Oui.
c) $MO = 5$.

Exercice 41. $BC = 64$, $OD = 195$, $OC = 260$, $OF = 240$, $ED = 75$, et $FC = 100$.

Exercice 42. $CD = 75$, $EG = 100$, $AB = 84$ et $AF = 192$.

Exercice 43. $A = 135$.

Exercice 44. $x = 60$.

Exercice 45. $x = \dfrac{ap}{p-a}$ et $y = \dfrac{ap^2}{(p-a)^2}$.

Exercice 46.

a) $\alpha = 80°$.
b) $\alpha = 55°$.
c) $\alpha = 10°$.

Exercice 47.

a) $\alpha = 60°$.
b) $\alpha = 40°$.

Exercice 48.

Exercice 49.

a) $\alpha = 45°$.
b) $\alpha = 110°$.
c) $\alpha = 65°$.
d) $\alpha = 35°$.

Exercice 50. $\alpha = 45° - \frac{1}{2}\omega$ et $\beta = 90°$.

Exercice 51. $A \cong 2,58$ cm.

Exercice 52. $r = 5$.

Exercice 53. $x = \dfrac{8}{3}r$.

Exercice 54. $r = \dfrac{65}{6}$.

Exercice 55. $r = \dfrac{41}{32}a$.

Exercice 56. $x = \frac{7}{6}a$.

Exercice 57. $x = \frac{3}{10}a$.

Exercice 58. $r = \frac{b^2}{a} + \frac{a}{4}$.

Exercice 59. $A = \dfrac{ab}{2}$.

Exercice 60. $A = 2a^2$.

Exercice 61. $A = \dfrac{1}{32}(\pi - 2)c^2$.

Exercice 62. $A = \dfrac{2 - 2\pi + \sqrt{2}\pi}{4}a^2$.

Exercice 63. $x = \sqrt{8}r$, $y = \dfrac{\sqrt{8}}{3}r$ et $z = \dfrac{\sqrt{12}}{3}r$.

Table des matières