Equations du premier degré

Karim Saïd

Ecole Technique, Année scolaire 2020-2021

1 Introduction

En mathématiques, il est fréquent de résoudre un problème en posant une *équation*, puis en la résolvant.

Exemple. Le périmètre d'un carré vaut 12. Quelle est la mesure de son côté ?
On pose x le côté du carré.
Son périmètre étant égal à 12, il vaut donc le quadruple de son côté. Autrement dit, on a

$$4x = 12.$$

On trouve $x = 3$.

2 Equations du premier degré à une inconnue

Définition. Une *équation* est une égalité entre deux expressions contenant au moins une lettre (*inconnue*).

Résoudre une équation consiste à trouver tous les nombres qui vérifient l'égalité lorsque l'on remplace l'inconnue par ce nombre.

Exemple.

$$2x - 4 = x + 1$$

est une *équation* en x. L'unique solution de cette équation est $x = 5$ car si on remplace x par 5 dans $2x - 4 = x + 1$, on obtient :

Membre de gauche : $2x - 4 = 2 \cdot 5 - 4 = 10 - 4 = 6$.

Membre de droite : $x + 1 = 5 + 1 = 6$.

Théorème. *L'ensemble des solutions d'une équation reste inchangé (c'est-à-dire que l'on obtient une équation équivalente) si on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres de l'équation ou si on multiplie ou divise les deux membres de l'équation par un même nombre différent de 0.*

Exemple.

$$\begin{array}{rcl|l} 5x+8 & = & -2x-13 & +2x \\ 5x+8+2x & = & -2x-13+2x & \\ 7x+8 & = & -13 & -8 \\ 7x+8-8 & = & -13-8 & \\ 7x & = & -21 & :7 \\ \dfrac{7x}{7} & = & \dfrac{-21}{7} & \\ x & = & -3. & \end{array}$$

Vérifions que $x=-3$ est bien solution de l'équation de départ :

Membre de gauche : $5x+8 = 5 \cdot (-3) + 8 = -15 + 8 = -7$.

Membre de droite : $-2x-13 = -2 \cdot (-3) - 13 = 6 - 13 = -7$.

Remarque. Comme le montre l'exemple ci-dessous, il se peut qu'une équation du premier degré n'admette pas de solution unique. En de telles circonstances, elle en admet aucune ou une infinité.

Exemple.

a) Il est clair que l'équation

$$x+3 = x+3$$

admet une infinité de solutions (tous les nombres réels).

En effet, si on remplace dans l'équation x par n'importe quel nombre réel, on obtiendra la même réponse des deux côtés, puisque le calcul à faire est le même.

Voyons alors ce qui se passe lorsque l'on essaye de la résoudre :

$$\begin{array}{rcl|l} x+3 & = & x+3 & -3 \\ x+3-3 & = & x+3-3 & \\ x & = & x & -x \\ x-x & = & x-x & \\ 0x & = & 0x & \\ 0x & = & 0 & -0x \\ 0 & = & 0 & \end{array}$$

Ainsi, lorsque l'on développe une équation admettant une infinité de solutions, on obtient $0=0$.

b) Il est clair que l'équation

$$x+3 = x+1$$

n'admet aucune solution.

En effet, si on remplace dans l'équation x par n'importe quel nombre réel, on obtiendra toujours une réponse différente des deux côtés, puisque n'importe quel nombre augmenté de 3 est différent de ce même nombre augmenté de 1.

Voyons alors ce qui se passe lorsque l'on essaye de la résoudre :

$$\begin{array}{rcl|l} x+3 & = & x+1 & -3 \\ x+3-3 & = & x+1-3 & \\ x & = & x-2 & -x \\ x-x & = & x-x-2 & \\ 0x & = & -2 & \\ 0 & = & -2. & \end{array}$$

Ainsi, lorsque l'on développe une équation n'admettant aucune solution, on obtient une expression de la forme $0=a$, où a est un nombre réel non nul.

Exercice 1. Dans chacun des cas suivants, entourer les nombres qui sont solutions de l'équation.

a)	$3x-15-4x=-9+x-13$:	$x=5$	$x=-\dfrac{8}{3}$	$x=-\dfrac{7}{2}$	$x=7$	$x=\dfrac{21}{6}$
b)	$4(2x+3)=2(4x+6)$:	$x=0$	$x=-4$	$x=\dfrac{4}{5}$	$x=9$	$x=16$
c)	$x^2-9=0$:	$x=4$	$x=-3$	$x=-5$	$x=3$	$x=6$
d)	$\dfrac{x}{4}+\dfrac{x}{3}=x-5$:	$x=12$	$x=-7$	$x=6$	$x=-12$	$x=1$
e)	$\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{4x+3}{7}=1$:	$x=7$	$x=9$	$x=-4$	$x=8$	$x=-13$
f)	$x^3-8=0$:	$x=2$	$x=3$	$x=8$	$x=-8$	$x=-2$

Exercice 2. Résoudre chacune des équations ci-dessous.

a) $5x+2=7x+12$;

b) $-3-4x=-2x+10$;

c) $2(x+1)+3(x+2)=18$;

d) $3(x-1)=5(2x+1)$;

e) $2(3x-1)=-2(x+5)+x-3$;

f) $5(2x-3)+7=2(5x-1)-1$;

g) $2(3x-1)=-2(x+1)+5x$;

h) $2(3x+1)=3(2x-2)+8$.

Exercice 3. Résoudre chacune des équations ci-dessous.

a) $8-3x=2x+3$

b) $2(x+6)+3(x-4)=0$

c) $4(-2x-5)-4x=20+3(5-4x)$

d) $3(2x-4)=0$

e) $3x+2(1-3x)=5(x+2)-2-x$

f) $-6(x+5)=2(10-3x)-50$

Exercice 4. Résoudre chacune des équations ci-dessous.

a) $\dfrac{x}{3}+2=3x-4$

b) $\dfrac{4z-5}{3}=9$

c) $\dfrac{2}{3}(x-1)=3$

d) $\dfrac{y}{3}+2=y-\dfrac{2}{5}$

e) $\dfrac{5}{4}(a+2)=3$

f) $3(x+2)-x=\dfrac{4}{3}x-2(1-x)$

Exercice 5. Résoudre chacune des équations ci-dessous.

a) $x(x+1) = x^2 + 3$

b) $2 - 3(x-1) = \dfrac{1}{2}$

c) $\dfrac{(x+2)x}{3} = \dfrac{1}{3}x^2$

d) $3(x^2-1) + x = -3 + x(3x+1)$

e) $1 + 2(x^2-1) = x(2x-5)$

f) $\dfrac{1}{3}x(x+2) = 2 + \dfrac{1}{3}x^2$

g) $1 - 2(x-1) = \dfrac{3x+1}{5}$

h) $(2x+1)x - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2} + 2x^2$

Exercice 6. Résoudre chacune des équations ci-dessous.

a) $3(5x+2) + \dfrac{1}{2}(2x+4) = 3x + 8$

b) $\dfrac{x}{5} - 3 = 4(2x-1)$

c) $\dfrac{2}{3}x + 5 - x = 5(3x+3)$

d) $2(3x-1) - 5(2x-3) = 1 - 4x$

e) $\dfrac{5}{4}(3x-1) = 2(x+3)$

f) $\dfrac{2(2x+3)}{5} = \dfrac{4(x-1)}{3}$

Exercice 7. Résoudre chacune des équations ci-dessous.

a) $3(2x-1) - x(x+2) = 5 - x^2$

b) $2(5x+3) - x = \dfrac{2}{3}x + 13$

c) $\dfrac{3}{2}(x+2) = 5x + 3$

d) $\dfrac{x(x+2)}{3} = \dfrac{x^2}{3} + 2(x+1)$

Exercice 8. Résoudre chacune des équations ci-dessous.

a) $-\dfrac{x}{4} - \dfrac{3x-18}{6} = 17 - \left(\dfrac{3}{4}x - 8\right)$;

b) $\dfrac{3(x-6)}{4} + 15 + \dfrac{2(x-3)}{3} = 25 + \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x+13}{5}$;

c) $\dfrac{8x+3}{4} - \dfrac{3}{2} = \dfrac{5x+6}{3} - \dfrac{13}{3}$;

d) $5 + \dfrac{1}{2}(11x-37) = \dfrac{31}{10}x + \dfrac{2}{5}(6x-40) + \dfrac{5}{2}$;

e) $3\left(\dfrac{5}{6}x - \dfrac{16}{5}\right) + \dfrac{10}{3}x = 2\left(\dfrac{11}{2} + \dfrac{8}{3}x\right) - 11,6$;

f) $3x - \dfrac{2x-7}{3} - \dfrac{x-2}{5} = \dfrac{2x+5}{3} + \dfrac{3x-6}{5} + x$;

g) $\dfrac{3x+5}{7} - \left(\dfrac{x+2}{3} - 1\right) = \dfrac{2x+5}{3} - \dfrac{x-4}{2} - \dfrac{1}{14}x$;

h) $3x - \dfrac{2x+5}{7} = 16 - \dfrac{7x+19}{2} - \dfrac{2x+1}{3}$.

Exercice 9. Résoudre les équations suivantes par rapport à la lettre donnée.

a) $A = LI$, $L = ?$;

b) $W = Ult$, $t = ?$;

c) $U = RI$, $I = ?$;

d) $P = UI$, $U = ?$;

e) $S = r\alpha$, $\alpha = ?$;

f) $A = 2\pi rh$, $r = ?$;

g) $A = \frac{1}{2}ah$, $h = ?$;

h) $A = \pi r^2 h$, $h = ?$;

i) $r = \frac{2}{3}h$, $h = ?$;

j) $v = at + v_0$, $t = ?$;

k) $J = \frac{I}{A}$, $A = ?$;

l) $P = \frac{U^2}{R}$, $R = ?$;

m) $d - vt = d_0$, $v = ?$;

n) $y = ax + b$, $x = ?$.

o) $A = \frac{a+b}{3}$, $b = ?$;

p) $U = U_0 - rI$, $I = ?$;

q) $m = \frac{1}{2}(a + c)$, $c = ?$;

Exercice 10. Dans les formules suivantes, exprimer chaque variable en fonction des autres.

a) $U = RI$

b) $p = \frac{F}{S}$

c) $E = mc^2$

d) $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

e) $Q = mc(\theta - \theta_0)$

f) $C = 4\pi\epsilon \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$

Exercice 11. Quelle doit être la valeur du paramètre m de telle sorte que l'équation

a) $m(2x - 1) - 3(4x + 2) = mx - 7$ n'admette pas solution ?

b) $4x - m(1 - x) = 2x(1 - m)$ n'admette pas solution ?

c) $m(1 - 4x) - 2mx + 3 = m - 4$ admette une infinité de solutions ?

d) $x(1 - m) - 3(mx - 5) = 15$ admette une infinité de solutions ?

3 Equations avec des valeurs absolues

Exemple. Soit à résoudre
$$2 \cdot |x-3| = 10.$$
On a
$$\begin{array}{rcl|l} 2 \cdot |x-3| & = & 10 & :2 \\ |x-3| & = & 5 & \end{array}$$

On a affaire à deux cas :

1. $x - 3 = 5$:
$$\begin{array}{rcl|l} x-3 & = & 5 & +3 \\ x & = & 8. & \end{array}$$
2. $x - 3 = -5$:
$$\begin{array}{rcl|l} x-3 & = & -5 & +3 \\ x & = & -2. & \end{array}$$

Ainsi, $x = 8$ et $x = -2$ sont solutions de l'équation de départ.

Exercice 12. Résoudre les équations suivantes.

a) $\|x+4\| = 11$	b) $\|x-5\| = 2$
c) $\|3x-2\| + 3 = 7$	d) $2\|5x+2\| - 1 = 5$
e) $3\|x+1\| - 2 = -11$	f) $\|x-2\| + 5 = 5$
g) $\|2x-5\| = -10$	h) $2\|4x-2\| = 10$
i) $\|x+2\| = -10$	j) $\|x^2-1\| = 15$
k) $(x-5)\|x-7\| = 0$	l) $\|x^2-x\| - 6 = 0$
m) $-3\|2x-5\| = -18$	n) $\|x-7\| = x+3$
o) $2\|x-3\| + 3x = 5x - 6$	p) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{1}{\|x-2\|}$
q) $\|x^2-9\| = -4x - 4$	r) $\|3 + 2\|x-2\|\| = 5$

4 Systèmes linéaires d'ordre 2

Il peut arriver qu'un problème comporte plusieurs valeurs inconnues, comme le montre l'exemple ci-dessous.

Exemple. Un cinéma vend deux types de places : en salle à 14 Frs et au balcon à 18 Frs Un soir, le caissier annonce 910 Frs d'entrées. On se demande combien de places en salle, respectivement au balcon, ont été vendues.

Résolution. Posons

— x le nombre de places en salle vendues ;

— y le nombre de places au balcon vendues.

L'énoncé ci-dessus se traduit algébriquement par *l'équation à deux inconnues* suivante :
$$14x + 18y = 910.$$

Une *solution* d'une équation à deux inconnues est un *couple de nombres* $(x;y)$. Ainsi le couple $(2;49)$ est une solution car

$$910 = 14 \cdot 2 + 18 \cdot 49.$$

Il en va de même pour les couples $(20;35)$, $(65;0)$, etc... En fait, cette équation admet une infinité de couples solutions.

Pour que le problème admette une unique solution, il doit être possible d'écrire une deuxième équation. En effet, si on suppose en plus que le nombre total d'entrées est de 59, on peut écrire le *système linéaire d'ordre 2* ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 14x + 18y & = & 910 \\ x + y & = & 59 \end{array} \right. .$$

Dans ce qui suit, nous mettrons en place deux méthodes de résolution, qui nous permettront d'établir que 38 places en salle et 21 places au balcon ont été vendues.

4.1 Combinaisons linéaires

Cette méthode consiste à éliminer une des deux inconnues par une *combinaison linéaire* des deux équations. Il s'agit dans un premier temps de multiplier chaque équation par un facteur adéquat, puis de les additionner.

Exemple. Soit le système ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 15x + 3y & = & -2 \\ -3x + 4y & = & 5 \end{array} \right. .$$

Le choix de l'inconnue à éliminer est libre. Il est cependant recommandé de choisir l'inconnue qu'il est le plus facile à éliminer. Dans cet exemple, il s'agit de x, puisque 15 est un multiple de 3.

$$\left\{ \begin{array}{rcl|l} 15x + 3y & = & -2 & \cdot 1 \\ -3x + 4y & = & 5 & \cdot 5 \end{array} \right. .$$

$$\begin{array}{rrcl} & 15x + 3y & = & -2 \\ + & -15x + 20y & = & 25 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl|l} 23y & = & 23 & :23 \\ y & = & 1. & \end{array}$$

Pour trouver x, il suffit résoudre l'une des deux équations composant le système, en remplaçant y par 1. Le choix de l'équation est libre, mais il convient de choisir celle qui contient des facteurs les plus petits possible. Dans cet exemple, choisissons la deuxième équation :

$$\begin{array}{rcl|l} -3x + 4 & = & 5 & -4 \\ -3x & = & 1 & :(-3) \\ x & = & -\frac{1}{3}. & \end{array}$$

Ainsi, le couple solution est

$$(x;y) = \left(-\frac{1}{3};1\right).$$

Exercice 13. Résoudre par combinaisons linéaires.

a) $\begin{cases} 2x+y &= 11 \\ 3x-y &= 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+5y &= 47 \\ x+y &= 15 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+4y &= 85 \\ 5x+4y &= 107 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 7x-3y &= 0 \\ x+y &= 50 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x+4y &= 33 \\ 20x+7y &= 24 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 6x-3y &= 3 \\ 2x-y &= -1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 4y-3x &= 11 \\ 5y-7x &= 4 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 5x+8y &= 101 \\ 9x+2y &= 95 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 6x-5y &= -15 \\ -12x+10y &= 30 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 8x-15y+30 &= 0 \\ 2x+3y-14 &= 1 \end{cases}$

k) $\begin{cases} -6x+14y &= 4 \\ 15x-35y &= 9 \end{cases}$

l) $\begin{cases} -\frac{3}{4}x+2y &= -\frac{31}{10} \\ 3x-\frac{1}{4}y &= \frac{31}{20} \end{cases}$

4.2 Substitution

Cette méthode se déroule en deux étapes :

1. Expliciter (isoler) une inconnue dans une équation.
2. Substituer cette inconnue dans la deuxième équation.

Exemple. Soit à résoudre

$$\left\{ \begin{array}{rcl|l} 3x-6y &=& 12 & (1) \\ -2x+3y &=& 4 & (2) \end{array} \right. .$$

On isole x dans l'équation (1) :

$$x = \frac{12+6y}{3} = 4+2y.$$

On substitue alors cette dernière expression dans la deuxième équation :

$$\begin{array}{rcl|l} -2(4+2y)+3y &=& 4 & \\ -8-4y+3y &=& 4 & \\ -8-y &=& 4 & +8 \\ -y &=& 12 & \cdot(-1) \\ y &=& -12. & \end{array}$$

Il s'ensuit la valeur de x :

$$x = 4+2\cdot(-12) = 4-24 = -20.$$

Ainsi, le couple solution est

$$(x;y) = (-20;-12).$$

Exercice 14. Résoudre par substitution.

a) $\begin{cases} 3x = y - 2 \\ 20 - 6x = y \end{cases}$ g) $\begin{cases} 3x + 7y = 1 \\ y - 3x = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = x - 1 \\ 2x = 2y + 2 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 4x = 33 - 5y \\ 7x - 24 = -20y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x - 36 = y \\ 3x + \frac{y}{3} = 43 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 2x + 6y - 4 = 0 \\ 3y - 4 = -x \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - y = -6 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$ j) $\begin{cases} 4x - 7y = 11 \\ -12x + 21y = 33 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x - 28 = 4y \\ 2x = 45 - y \end{cases}$ k) $\begin{cases} 6x - 18y = 90 \\ -7x + 3y = -33 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 5x - 2y = 5 \end{cases}$ l) $\begin{cases} 3u + v - 3 = 0 \\ u + 2v + 6 = 0 \end{cases}$

Exercice 15. Résoudre les systèmes suivants par une méthode quelconque.

a) $\begin{cases} 4x - y = -6 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x - 6 = \frac{2y}{3} - 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y - 3 = 0 \\ x + y + 6 = 0 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \frac{x-3y}{9} = 5 + y \\ \frac{x}{3} = 15 + \frac{8}{3}y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y - 3 = -6 \\ x - y = 6 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 5x + \frac{y}{5} = 23 \\ 5y - \frac{31}{4}x = 44 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{4x-5y}{2} + 3 = \frac{2x+y}{5} \\ 8 - \frac{x-2y}{4} = \frac{x}{2} + \frac{y}{3} \end{cases}$ h) $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{4}{5}y = \frac{2+y}{5} \\ 2x = 3y \end{cases}$

Exercice 16. Même exercice.

a) $\begin{cases} \frac{x}{3} + y = 19 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x - 7y = 7 \\ 9x - 21y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}y = 44 \\ 3x - \frac{5}{6}y = 33 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \frac{5x-6y}{13} - 8 = 4y - 3x \\ \frac{9}{2} + \frac{x-y}{6} = 2y + \frac{3x-4y}{7} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{2}{5}y - 4 = 0 \\ \frac{5}{8}x + \frac{5}{6}y - 40 = 0 \end{cases}$ g) $\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{7x-5y}{6} + \frac{x+4}{4} = 0 \\ 4 = \frac{x-6y}{2} - \frac{x-2y}{7} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x+2}{3} + 8y = 31 \\ 10x + \frac{y+5}{4} = 192 \end{cases}$ h) $\begin{cases} \frac{7+x}{5} - \frac{2x-y}{4} = 3y - 5 \\ \frac{5y-7}{2} + \frac{4x-3}{6} = 3\left(6 - \frac{5}{3}x\right) \end{cases}$

5 Systèmes linéaires d'ordre supérieur à 2

Comme pour les systèmes linéaires d'ordre 2, ces deux méthodes se généralisent aux systèmes linéaires d'ordre supérieur à 2.

5.1 Combinaisons linéaires

Exemple. Soit à résoudre

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} 2x+5y-3z & = & 3 & (1) \\ -3x+2y+6z & = & 19 & (2) \\ 4x-3y+2z & = & 4 & (3) \end{array}\right. .$$

Prenons deux équations parmi les trois, par exemple (1) et (2), et élimonons l'inconnue x à l'aide de combinaisons linéaires :

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} 2x+5y-3z & = & 3 & \cdot 3 \\ -3x+2y+6z & = & 19 & \cdot 2 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{lrcl} & 6x+15y-3z & = & 3 \\ + & -6x+4y+12z & = & 38 \\ \hline & 19y+3z & = & 47. \end{array}$$

Faisons de même avec une autre paire d'équations, par exemple avec (1) et (3) :

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} 2x+5y-3z & = & 3 & \cdot 2 \\ 4x-3y+2z & = & 4 & \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{lrcl} & 4x+10y-6z & = & 6 \\ - & 4x-3y+2z & = & 4 \\ \hline & 13y-8z & = & 2. \end{array}$$

On obtient ainsi deux équations à deux inconnues :

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} 19y+3z & = & 47 & \cdot 8 \\ 13y-8z & = & 2 & \cdot 3 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{llcl} & 152y+24z & = & 376 \\ + & 39y-24z & = & 6 \\ \hline & 191y & = & 382. \end{array}$$

D'où

$$y = \frac{382}{191} = 2.$$

Pour trouver z, on résout

$$\begin{array}{rcl|l} 19\cdot 2+3z & = & 47 & \\ 38+3z & = & 47 & -38 \\ 3z & = & 9 & :3 \\ z & = & 3. & \end{array}$$

Enfin, pour trouver la valeur de x, on résout

$$\begin{array}{rcl|l} 2x+5\cdot 23\cdot 3 & = & 3 & \\ 2x+10-9 & = & 3 & \\ 2x+1 & = & 3 & -1 \\ 2x & = & 2 & :2 \\ x & = & 1. & \end{array}$$

Ainsi, la solution du système est $(x;y;z)=(1;2;3)$.

5.2 Substitution

Exemple. Soit à résoudre

$$\left\{\begin{array}{rcr|l} x-3y+5z & = & 13 & (1) \\ -2x+y-4z & = & -17 & (2) \\ 4x-5y-6z & = & -31 & (3) \end{array}\right. .$$

Isolons x de (1) :

$$x = 3y - 5z + 13.$$

On injecte dans les deux autres équations, à savoir (2) et (3) :

$$\left\{\begin{array}{rcr} -2(3y-5z+13)+y-4z & = & -17 \\ 4(3y-5z+13)-5y-6z & = & -31 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcr} -6y+10z-26+y-4z & = & -17 \\ 12y-20z+52-5y-6z & = & -31 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcr|l} -5y+6z & = & -17 & \cdot 7 \\ 7y-26z & = & -31 & \cdot 5 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{lrcr} & -35y+42z & = & 63 \\ + & 35y-130z & = & -415 \\ \hline & -88z & = & -352 \end{array}\right.$$

D'où

$$z = \frac{-352}{-88} = 4.$$

S'ensuit la valeur de y, en résolvant

$$\begin{array}{rcl|l} -5y+6\cdot 4 & = & 9 & \\ -5y+24 & = & 9 & -24 \\ -5y & = & -15 & :(-5) \\ y & = & 3. & \end{array}$$

Enfin, la valeur de x est donnée par

$$x = 3\cdot 3 - 5\cdot 4 + 13 = 9 - 20 + 13 = 2.$$

D'où la solution du système : $(x; y; z) = (2; 3; 4)$.

Exercice 17. Résoudre les systèmes suivants.

a) $\begin{cases} x+y &= 5 \\ y+z &= 7 \\ x+z &= 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 10x-6y &= 60 \\ 3x+z &= 36 \\ 4y-3z &= 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x-y+z &= 29 \\ x+3y+30z &= 6 \\ -x+y-z &= -17 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y+z &= 0 \\ 2x-y+z &= -3 \\ 5x-2y-z &= 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+y+z &= 14 \\ x-y+z &= 6 \\ -x+y+z &= -4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x+2y-z &= 12 \\ x-y+6z &= 7 \\ x-2y+3z &= 2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3x-y+z &= 2 \\ x+6y-z &= 3 \\ 5x+10y-z &= 5 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x-y+2z &= 1 \\ 3x-3y+6z &= 3 \\ 4x-4y+8z &= 4 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 2x+y-5z &= 1 \\ 4x-3y+z &= 2 \\ 6x+y-6z &= 1 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 2x-3y+2z &= 4 \\ 5x-y+2z &= 1 \\ 9x-7y+6z &= 9 \end{cases}$

k) $\begin{cases} x+y+z &= 3 \\ 2x+2y+2z &= 6 \\ 3x-y-z &= 1 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 2x+\frac{4y}{7} &= 7 \\ 2y+\frac{3z}{7} &= \frac{125}{14} \\ -6x+4z &= 3 \end{cases}$

Exercice 18. Même exercice.

a) $\begin{cases} x+2y &= 9 \\ 3y+4z &= 14 \\ 7z+u &= 5 \\ 5x+2u &= 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -4x+3y+2z+u &= 18 \\ 5x-4y+3z+2u &= 10 \\ 6x+5y-4z+3u &= 2 \\ 7x+6y+5z-4u &= -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x+5y-6z+2t &= 1 \\ 4x-2y+3z-3t &= 7 \\ -2x-3y-z+4t &= 9 \\ 3x-4y-2z+5t &= 21 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+2y+3z+4u+5v &= 15 \\ y+2z+3u+4v &= 10 \\ z+2u+3v &= 6 \\ u+2v &= 3 \\ v &= 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} z-x &= 12 \\ y-x &= 2 \\ x+y+z &= t \\ u &= 4y \\ u-t &= 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x+y+z+u+v+t &= 21 \\ 3y-2u+2t &= 10 \\ -5z+4v &= 5 \\ 3u-t &= 6 \\ 5v-4t &= 1 \\ 12t &= 72 \end{cases}$

6 Applications

Pour mettre un problème en équation, il convient de suivre la démarche suivante :

1. Repérer ce que l'on recherche.
2. Choix de l'inconnue.
3. Mise en équation (traduction algébrique de l'énoncé français).
4. Résolution de l'équation.
5. Réponse à la question, puis vérification, compatibilité avec la donnée, bon sens.

Exemple. La somme de 4 nombres pairs consécutifs est 524. Quels sont ces 4 nombres ?

Pour résoudre ce problème, suivons la démarche proposée ci-dessus :

1. On cherche quatre nombres pairs consécutifs.
2. Posons x, le plus petit des quatre nombres cherchés.
3. Traduisons algébriquement l'énoncé français de ce problème.
   Etant donné que l'on a affaire à quatre nombres pairs consécutifs, ils sont de la forme
   $$x,\ x+2,\ x+4 \text{ et } x+6.$$
   Comme leur somme est de 524, on en tire que
   $$x+(x+2)+(x+4)+(x+6)=524.$$
4. On est ainsi ramené à résoudre l'équation $x+(x+2)+(x+4)+(x+6)=524$:
   $$\begin{array}{rcl|l} x+(x+2)+(x+4)+(x+6) & = & 524 & \\ x+x+2+x+4+x+6 & = & 524 & \\ 4x+12 & = & 524 & -12 \\ 4x & = & 512 & :4 \\ x & = & \dfrac{512}{4} & \\ x & = & 128. & \end{array}$$
5. Il s'ensuit que les nombres cherchés sont 128, 130, 132 et 134. Il s'agit en effet bien de quatre nombres pairs consécutifs tels que $128+130+132+134=524$.

Exemple. Dans un magasin, tous les CDs ont le même prix et toutes les BDs également. Deux CDs et trois BDs coûtent 53 francs et quatre CDs et une BD coûtent 66 francs. Quel est le prix d'un CD et celui d'une BD.

1. On cherche le prix d'un CD et celui d'une BD.
2. Posons x le prix d'un CD et y celui d'une BD.
3. Traduisons algébriquement l'énoncé français de ce problème.
   Puisque 2 CDs et 3 BDs coûtent 53 francs, on a
   $$2x+3y=53.$$
   De même, on a également
   $$4x+y=66.$$

4. On est ainsi ramené à résoudre le système

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} 2x+3y & = & 53 & (1) \\ 4x+y & = & 66 & (2) \end{array}\right. .$$

En isolant y dans (2), on a

$$y = 66 - 4x.$$

On injecte dans (1) :

$$\begin{array}{rcl|l} 2x + 3\cdot(66-4x) & = & 53 & \\ 2x + 198 - 12x & = & 53 & \\ -10x + 198 & = & 53 & +10x \\ 198 & = & 53 + 10x & -53 \\ 145 & = & 10x & : 10 \\ x & = & 14,5. & \end{array}$$

Il s'ensuit que

$$y = 66 - 4 \cdot 14,5 = 8.$$

5. Ainsi, un CD coûte 14,5 frs et une BD 8 frs.

Exercice 19. Trouver 3 nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 984.

Exercice 20. Si on additionne 12 à un nombre puis que l'on multiplie cette somme par 5 puis que l'on soustrait 72 à ce produit et que l'on divise cette différence par 4 on obtient alors le nombre lui-même.

Exercice 21. Un magicien demande à un spectateur : " pensez à un nombre, multipliez le par 2, enlever 3 au résultat, multipliez le tout par 6 ". Le spectateur annonce 294. A quel nombre pensait-il ?

Exercice 22. Si l'on double la différence entre 24 et le quadruple du nombre cherché, on obtient 15 en plus du double de ce nombre.

Exercice 23. La différence entre le produit par 9 du nombre cherché et 5 surpasse de 93 la différence entre le quadruple de ce nombre et 25.

Exercice 24. Au nombre cherché multiplié par 11 on soustrait la différence entre 25 et le triple de ce nombre. Le résultat obtenu est alors le même que si on additionnait 20 au produit par 12 de ce nombre.

Exercice 25. Le quintuple d'un nombre augmenté de 30 surpasse 155 de la même quantité que le triple de ce même nombre augmenté de 33 est inférieur à 155.

Exercice 26. Paul a ajouté 17 à son âge, a multiplié le résultat par 2 et a trouvé 48. Quel âge a-t-il ?

Exercice 27. Un père est aujourd'hui 4 fois plus vieux que son fils. Dans 6 ans, il aura 3 ans de moins que le triple de l'âge de son fils. Quels sont leur âge respectif ?

Exercice 28. Il y a 2 ans, la somme des âges d'une mère et de sa fille se montait à 90 ans. Il y a 12 ans la mère avait 2 ans de moins que le double de l'âge de sa fille. Quels sont aujourd'hui les âges de ces 2 personnes ?

Exercice 29. Le réservoir d'une voiture est rempli jusqu'à un tiers. On rajoute 42 litres pour le remplir. Quelle est sa contenance ?

Exercice 30. Dans un bassin plein aux deux tiers on verse 20 litres. Il est alors plein aux trois quarts. Quelle est la capacité du basin ?

Exercice 31. La recette d'un match s'élève a 36'500 francs. Les spectateurs ont le choix entre deux possibilités. Soit prendre une place dans les tribunes à 50 francs, soit prendre une place dans le secteur populaire à 30 francs. Il y a eu 1000 spectateurs. Combien de spectateurs ont pris place dans les tribunes ?

Exercice 32. Un livre a 240 pages ayant chacune le même nombre de lignes. Si l'on mettait 3 lignes de plus par page, le livre aurait alors 24 pages de moins. Quel est le nombre total de lignes de ce livre ?

Exercice 33. Tous les élèves d'une classe se cotisent pour acheter un cadeau à un camarade. Julien, chargé de la collecte, remarque que si chaque élève verse 10 francs, il manquera 20 francs pour acheter le cadeau, mais que si chacun verse 11 francs, il y aura 4 francs de trop. Quel est le nombre d'élèves de la classe et quel est le prix du cadeau.

Exercice 34. Julie classe 500 images dans des pochettes. Si elle place 24 images par pochette, la dernière pochette ne contient plus que 20 images. Combien Julie a-t-elle de pochettes contenant 24 images ?

Exercice 35. Dans un hôtel, la moitié des vacanciers sont belges, un tiers néerlandais, un septième français et les trois derniers sont espagnols. Combien y a-t-il de vacanciers dans le village ?

Exercice 36. En fabriquant des marches ayant 1,6 cm de plus en hauteur, on pourrait économiser deux marches dans un escalier de vingt-deux marches. Quelle est la hauteur de l'escalier ?

Exercice 37. Une échelle a 27 échelons. Si l'intervalle entre les échelons était de 6 cm plus grand, on aurait fabriqué 6 échelons de moins. En supposant que le premier et le dernier échelon restent à la même place, quel intervalle y a-t'il entre les échelons ?

Exercice 38. Une personne dépense le quart de son salaire pour se loger et les $\frac{3}{7}$ pour se nourrir. Il lui reste 594 euros pour les autres dépenses. Quel est son salaire ?

Exercice 39. Une automobile se déprécie et ne vaut plus chaque année que les $\frac{4}{5}$ de sa valeur de l'année précédente. Quel était le prix d'achat d'une voiture qui vaut 16 000 francs après 2 ans ?

Exercice 40. Un ordinateur est soldé pour 1615 francs. Quel était son prix initial sachant que le rabais accordé représente le 15% du prix initial ?

Exercice 41. Lors d'une liquidation, un grand magasin fait sur certains articles un premier rabais de 50%, puis un rabais supplémentaire de 20% sur le prix baissé. Quel est le prix payé pour un article affiché initialement à 50 francs ? Quel est en % le rabais total accordé ?

Exercice 42. Quelles sont les dimensions d'un rectangle de 1800 cm^2 de surface et dont la largeur vaut les deux neuvièmes de la longueur.

Exercice 43. La largeur d'un rectangle vaut les deux tiers de sa longueur moins 3 mètres. Le périmètre mesure 164 mètres. Quelles sont les mesures des deux côtés ?

Exercice 44. La largeur d'un rectangle vaut la moitié de sa longueur. Si chaque dimension diminue de 1 m, la surface diminue de $15,20$ m^2 . Quelles sont les dimensions initiales du rectangle ?

Exercice 45. Si l'on augmente l'un des côtés d'un carré de 1,30 m et que l'on diminue l'autre de 80 cm, on obtient un rectangle de même aire que le carré primitif. Quel est le côté de ce carré ?

Exercice 46. Un rectangle a une longueur de $5x$ et une largeur de $4x$. Si on augmente sa longueur de 18 cm et si on double sa largeur, ce rectangle devient un carré. Quelles sont les dimensions initiales du rectangle ?

Exercice 47. Si l'on augmente l'un des côtés d'un carré de 1,30 m et l'autre de 2,5 m, on obtient un rectangle dont l'aire vaut $24,91$ m^2 de plus que celle du carré primitif. Quel est le côté de ce carré ?

Exercice 48. Le périmètre d'un rectangle mesure 51 mètres. La longueur de ce rectangle vaut les $\frac{5}{4}$ de sa largeur plus 3 mètres. Quelles sont les mesures des deux côtés du rectangle ?

Exercice 49. Un rectangle est deux fois plus long que large. Si on déduit chaque côté de rectangle de 2 dm, son aire diminue de $26,8$ dm^2. Trouver les mesures des côtés du rectangle.

Exercice 50. L'aire d'un carré est inférieure de $1,75$ m^2 à celle d'un rectangle. Les côtés du rectangle se différencient de ceux du carré de respectivement 1 m et $1,5$ m . Quelle est la longueur du côté du carré ?

Exercice 51. La plus longue diagonale d'un losange mesure 48 cm. Le demi-périmètre est 36 cm plus long que l'autre diagonale. Calculer la longueur du côté du losange.

Exercice 52. Un capital est placé dans une banque à un taux de $2,75\%$. Il rapporte un intérêt de 412,50 francs après une année. Quel est le montant du capital placé.

Exercice 53. Un premier capital est placé à $5,25\%$ et rapporte annuellement un intérêt de 395 francs de plus qu'un second capital inférieur de 6000 francs, placé à $4,75\%$. Que valent ces 2 capitaux ?

Exercice 54. Parce qu'un capital de 27000 francs est placé avec un taux d'intérêt supérieur de $0,75\%$ à un second capital de 30000 francs, il obtient un intérêt annuel supérieur de 30 francs. Quels sont ces taux d'intérêt ?

Exercice 55. On a partagé 710 Frs entre 40 personnes. Chaque homme a reçu 15 Frs et chaque femme 20 Frs Combien compte-t-on d'hommes et de femmes ?

Exercice 56. Il y a 3 ans, l'âge d'un père était le triple de celui de son fils et, dans 9 ans, il ne sera plus que le double. Quels sont leurs âges actuels ?

Exercice 57. Un père a 21 de plus que son fils. Dans 6 ans, son âge sera le double de celui de son fils. Quel est l'âge actuel du père ?

Exercice 58. Il y a quatre ans, l'âge d'un père était le quadruple de celui de son fils ; dans dix ans, il n'en sera plus que le double. Quels sont les âges actuels ?

Exercice 59. Un bateau contient 80 tonnes de céréales dans sa cale de gauche et 54 tonnes dans sa cale de droite. Il reste 122 tonnes à charger. Comment les répartir pour que les charges soient équilibrées ?

Exercice 60. La différence de deux nombres est 3 et le triple du plus grand vaut 4 fois le petit. Quels sont ces nombres ?

Exercice 61. Dans une ferme, se trouvent des poules et des lapins. On compte 70 pattes et 25 têtes. Combien y-a-t-il de poules et de lapins ?

Exercice 62. Combien de pièces de 5 Frs et de 2 Frs faut-il pour obtenir la somme de 115 Frs, sachant que l'on doit avoir en tout 32 pièces ?

Exercice 63. 36 personnes ont mangé dans un restaurant. Le menu adulte est à 22 francs et le menu enfant est à 9 francs. Sachant que le patron a fait une recette de 623 francs, combien a-t-il servi de menus enfants et adultes ?

Exercice 64. Pour 5 m de soie et 4 m de drap on a payé 256 Frs et pour 4 m de soie et 5 m de drap on a payé 248 Frs. Quel est le prix du mètre de chaque étoffe ?

Exercice 65. Un nombre est formé de deux chiffres : celui des dizaines est le double de celui des unités. Si on le diminue de 27, on trouve le nombre renversé. Quel est ce nombre ?

Exercice 66. La somme des trois chiffres d'un nombre est 13. On permute les centaines et les unités. On obtient alors un nombre inférieur au premier de 594. Quels sont ces deux nombres si le chiffre des dizaines de chacun est 3 ?

Exercice 67. Déterminer une fraction telle que, si on ajoute 2 à son numérateur et 3 à son dénominateur, on obtienne une fraction égale à $\frac{1}{2}$ alors que, si l'on retranche 1 à son numérateur et que l'on ajoute 1 à son dénominateur, on obtienne une fraction égale à $\frac{1}{3}$.

Exercice 68. L'usine A a deux fois plus d'ouvriers que l'usine B. Le quart des ouvriers de A et le cinquième des ouvriers de B remplissent sept bus de 25 places. Combien y a-t-il d'ouvriers dans chaque usine ?

Exercice 69. Deux trains quittent en même temps deux gares A et B séparées par 144 km et vont à la rencontre l'un de l'autre. Le train partant de A roule à la vitesse constante de 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ et celui partant de B roule à la vitesse de 36 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. À quelle distance de A, les deux trains vont-ils se croiser ?

Exercice 70. Lors de l'impression d'une revue, on s'aperçoit que des variantes sont possibles. Tout en conservant les mêmes caractères typographiques, on peut :

- soit aérer le texte, en diminuant de 2 le nombre de lignes par page, ce qui augmente de 15 le nombre de pages ;
- soit resserrer le texte en augmentant de 6 le nombre de lignes par page, ce qui diminue de 25 le nombre de pages.

Comment l'impression de cette revue est-elle conçue ?

Exercice 71. Une somme a été partagée également entre un certain nombre de personnes. S'il y avait eu 6 personnes de plus, chacune aurait reçu 2 francs de moins. S'il y avait eu 3 personnes de moins, chacune aurait reçu 2 francs de plus. Déterminer le nombre de personnes et la part de chacune.

Exercice 72. Combien faut-il mélanger de vin à 6 Frs le litre avec du vin à 9 Frs le litre pour obtenir 60 litres de vin valant 480 Frs ?

Exercice 73. Une somme de 288 Frs est composée de pièces de 1 Fr, de 2 Frs et de 5 Frs Le nombre total des pièces est 108. En ajoutant le tiers du nombre des pièces de 1 Fr à la moitié du nombre des pièces de 2 Frs, on trouve le nombre des pièces de 5 Frs Combien y-a-t-il de pièces de chaque espèce ?

Solutions

Exercice 1.

a)	$x = 5$	$x = -\dfrac{8}{3}$	$\boxed{x = \dfrac{7}{2}}$	$x = 7$	$\boxed{x = \dfrac{21}{6}}$
b)	$\boxed{x = 0}$	$\boxed{x = -4}$	$\boxed{x = \dfrac{4}{5}}$	$\boxed{x = 9}$	$\boxed{x = 16}$
c)	$x = 4$	$\boxed{x = -3}$	$x = -5$	$\boxed{x = 3}$	$x = 6$
d)	$\boxed{x = 12}$	$x = -7$	$x = 6$	$x = -12$	$x = 1$
e)	$x = 7$	$x = 9$	$x = -4$	$x = 8$	$\boxed{x = -13}$
f)	$\boxed{x = 2}$	$x = 3$	$x = 8$	$x = -8$	$x = -2$

Exercice 2.

a) $x = -5$;

b) $x = -\dfrac{13}{2}$;

c) $x = 2$;

d) $x = -\dfrac{8}{7}$;

e) $x = -\dfrac{11}{7}$;

f) pas de solution ;

g) $x = 0$;

h) infinité de solutions.

Exercice 3.

a) $x = 1$

b) $x = 0$

c) pas de solution

d) $x = 2$

e) $x = -\dfrac{6}{7}$

f) infinité de solutions

Exercice 4.

a) $x = 3$

b) $x = \dfrac{3}{2}$

c) $x = 0$

d) infinité de solutions

e) $x = \dfrac{1}{5}$

f) $x = 3$

g) $x = \dfrac{14}{13}$

h) $x = \dfrac{3}{4}$

Exercice 5.

a) $x = \dfrac{9}{4}$

b) $z = 8$

c) $x = \dfrac{11}{2}$

d) $y = \dfrac{18}{5}$

e) $a = \dfrac{2}{5}$

f) $x = 6$

Exercice 6.

a) $x = 0$

b) $x = \frac{5}{39}$

c) $x = -\frac{15}{23}$

d) pas de solution

e) $x = -\frac{28}{3}$

f) $x = \frac{19}{4}$

Exercice 7.

a) $x = 2$

b) $x = \frac{21}{25}$

c) $x = 0$

d) $x = -\frac{3}{2}$

Exercice 8.

a) $L = \frac{A}{I}$;

b) $t = \frac{W}{UI}$;

c) $I = \frac{U}{R}$;

d) $U = \frac{P}{I}$;

e) $\alpha = \frac{S}{r}$;

f) $r = \frac{A}{2\pi h}$;

g) $h = \frac{2A}{a}$;

h) $h = \frac{A}{\pi \cdot r^2}$;

i) $h = \frac{3}{2}r$;

j) $\frac{v - v_0}{a}$;

k) $A = \frac{I}{J}$;

l) $R = \frac{U^2}{P}$;

m) $v = \frac{d - d_0}{t}$;

n) $x = \frac{y - b}{a}$

o) $b = 3A - a$;

p) $I = \frac{U_0 - U}{r}$;

q) $c = 2m - a$;

Exercice 9.

a) pas de solution
b) $x \in \mathbb{R}$
c) $x = -\dfrac{19}{4}$
d) $x \in \mathbb{R}$
e) $x = 18$
f) $x = 17$
g) pas de solution
h) $x = 1$

Exercice 10.

a) $R = \dfrac{U}{I}, I = \dfrac{U}{R}$
b) $F = pS, S = \dfrac{F}{p}$
c) $m = \dfrac{E}{c^2}, c = \sqrt{\dfrac{E}{m}}$
d) $m = \dfrac{2E_c}{v^2}, v = \sqrt{\dfrac{2E_c}{m}}$
e) $m = \dfrac{Q}{c(\theta - \theta_0)}, c = \dfrac{Q}{m(\theta - \theta_0)}, \theta = \dfrac{Q}{mc} + \theta_0, \theta_0 = \theta - \dfrac{Q}{mc}$
f) $\epsilon = \dfrac{c\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}{4\pi}, R_1 = \dfrac{R_2C}{C + 4\pi\epsilon R_2}, R_2 = \dfrac{R_1C}{C - 4\pi\epsilon R_1}$

Exercice 11.

a) $m = 12$;
b) $x = -\dfrac{2}{3}$;
c) pas de solution ;
d) $m = \dfrac{1}{4}$.

Exercice 12.

a) $x = 7$ et $x = -15$
b) $x = 3$ et $x = 7$
c) $x = 2$ et $x = -\dfrac{2}{3}$
d) $x = -1$ et $x = \dfrac{1}{5}$
e) Pas de solution
f) $x = 2$
g) Pas de solution
h) $x = \dfrac{7}{4}$ et $x = -\dfrac{3}{4}$
i) Pas de solution
j) $x = 4$ et $x = -4$
k) $x = 5$ et $x = 7$
l) $x = 3$ et $x = -2$
m) $x = \dfrac{11}{2}$ et $x = -\dfrac{1}{2}$
n) $x = 2$
o) $x = 0$ et $x = 2$
p) $x = 0$, $x = 1$ et $x = \dfrac{1 + \sqrt{17}}{2}$
q) $x = -5$ et $x = 2 - \sqrt{17}$
r) $x = 1$ et $x = 3$

Exercice 13.

a) $(x;y)=(3;5)$

b) $(x;y)=(7;8)$

c) $(x;y)=(11;13)$

d) $(x;y)=(15;35)$

e) $(x;y)=(-3;12)$

f) pas de solution

g) $(x;y)=(3;5)$

h) $(x;y)=(9;7)$

i) infinité de solutions

j) $(x;y)=\left(\frac{20}{9};\frac{86}{27}\right)$

k) pas de solution

l) $(x;y)=\left(\frac{2}{5};-\frac{7}{5}\right)$

Exercice 14.

a) $(x;y)=(2;8)$

b) infinité de solutions

c) $(x;y)=(11;30)$

d) $(x;y)=\left(-\frac{1}{2};4\right)$

e) $(x;y)=(16;13)$

f) $(x;y)=(3;5)$

g) $(x;y)=(-2;1)$

h) $(x;y)=(12;-3)$

i) pas de solution

j) pas de solution

k) $(x;y)=(3;-4)$

l) $(u;v)=\left(\frac{12}{5};-\frac{21}{5}\right)$

Exercice 15.

a) $(x;y)=\left(-\frac{1}{2};4\right)$

b) $(x;y)=\left(\frac{9}{2};-\frac{21}{2}\right)$

c) $(x;y)=(0;-6)$

d) $(x;y)=\left(\frac{2652}{211};\frac{1806}{211}\right)$

e) infinité de solutions

f) $(x;y)=(45;0)$

g) $(x;y)=(4;15)$

h) pas de solution

Exercice 16.

a) $(x;y)=(12;15)$

b) $(x;y)=\left(\frac{688}{33};\frac{390}{11}\right)$

c) $(x;y)=(24;30)$

d) $(x;y)=(19;3)$

e) pas de solution

f) $(x;y)=(5;2)$

g) $(x;y)=(-4;-2)$

h) $(x;y)=(3;2)$

Exercice 17.

a) $(x; y; z) = (2; 3; 4)$

b) $(x; y; z) = \left(\frac{480}{47}; \frac{330}{47}; \frac{252}{47}\right)$

c) $(x; y; z) = (6; -10; 1)$

d) $(x; y; z) = (1; 2; -3)$

e) $(x; y; z) = (9; 4; 1)$

f) $(x; y; z) = (3; 2; 1)$

g) $(x; y; z) = \left(-\frac{5}{2}; 3; \frac{25}{2}\right)$

h) infinité de solutions

i) $(x; y; z) = \left(-\frac{5}{46}; -\frac{22}{23}; -\frac{10}{23}\right)$

j) pas de solution

k) infinité de solutions

l) $(x; y; z) = \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$

Exercice 18.

a) $(x; y; z; u) = \left(1; 4; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

b) $(x; y; z; u) = (-1; 1; 3; 5)$

c) $(x; y; z; z) = (2; -1; 2; 3)$

d) $(x; y; z; u; v) = (1; 1; 1; 1; 1)$

e) $(x; y; z; u; v) = (10; 12; 22; 48; 44)$

f) $(x; y; z; u; v, t) = (1; 2; 3; 4; 5; 5)$

Exercice 19. 329.

Exercice 20. 12.

Exercice 21. il pensait à 26.

Exercice 22. $3,3$.

Exercice 23. $14,6$.

Exercice 24. $22,5$.

Exercice 25. $30,875$.

Exercice 26. 7 ans.

Exercice 27. 9 et 36 ans.

Exercice 28. 58 et 36 ans.

Exercice 74. Le réservoir d'une voiture est rempli jusqu'à un tiers. On rajoute 42 litres pour le remplir. Quelle est sa contenance ?

Exercice 29. 63 litres.

Exercice 30. 240 litres.

Exercice 31. 326 spectateurs.

Exercice 32. 6480 lignes.

Exercice 33. la classe compte 24 élèves et le cadeau coûte 260 francs.

Exercice 34. 20 pochettes de 24 images.

Exercice 35. 126 vacanciers.

Exercice 36. $3,52$ m.

Exercice 37. 20 cm.

Exercice 38. 1848 francs.

Exercice 39. 25 000 francs.

Exercice 40. prix initial : 1 900 francs.

Exercice 41. prix payé : 20 francs, rabais total : 60%.

Exercice 42. largeur : 20 cm, longueur : 90 cm.

Exercice 43. largeur : 31 m, longueur : 51 m.

Exercice 44. largeur : $5,4$ m, longueur : $10,8$ m.

Exercice 45. côté du carré : $2,08$ m.

Exercice 46. longueur : 30 cm, largeur : 24 cm.

Exercice 47. $5,7$ m.

Exercice 48. largeur : 10 m, longueur : 15,5 m.

Exercice 49. $6,8$ dm et $13,6$ dm

Exercice 50. $6,5$ m et $0,1$ m.

Exercice 51. 25 cm.

Exercice 52. 15 000 francs.

Exercice 53. 22000 francs et 16000 francs.

Exercice 54. $6,5\%$ et $5,75\%$.

Exercice 55. 18 hommes et 22 femmes.

Exercice 56. le père a 39 ans et son fils 15 ans.

Exercice 57. le père a 36 ans et son fils 15 ans.

Exercice 58. le père a 32 ans et son fils 11 ans.

Exercice 59. 48 tonnes dans la cale de droite et 74 tonnes dans celle de gauche.

Exercice 60. 12 et 9.

Exercice 61. 15 poules et 10 lapins.

Exercice 62. 15 pièces de 2 Frs et 17 de 5 Frs.

Exercice 63. 13 menus enfants et 23 menus adultes.

Exercice 64. soie : 32 francs le mètre et 24 francs le mètre de drap.

Exercice 65. 63.

Exercice 66. 832.

Exercice 67. $\frac{5}{11}$.

Exercice 68. 500 ouvriers pour l'usine A et 250 ouvriers pour l'usine B.

Exercice 69. à $86,4$ km de A.

Exercice 70. 12 lignes par page pour 75 pages.

Exercice 71. 12 personnes reçoivent chacune 6 francs.

Exercice 72. 20 litres de vin à 6 Frs le litre et 40 litres de vin à 9 Frs le litre.

Exercice 73. 27 pièces de 1 Fr, 48 de 2 Frs et 33 de 5 Frs.

Table des matières