

Statistiques: Série 5

Corrigé

Exercice 1. On construit le tableau des données

X	Y	X^2	XY
-5	4	25	-20
-3	3	9	-9
-1	-2	1	2
2	-4	4	-8
5	-8	25	-40
-2	-7	64	-75

On en tire les moyennes $\bar{x} = -\frac{2}{5}$, $\bar{y} = -\frac{7}{5}$, $\bar{x^2} = \frac{64}{5}$ et $\overline{xy} = -\frac{75}{5} = -15$.

Il s'ensuit que

$$p = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{-15 - \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right)}{\frac{64}{5} - \left(-\frac{2}{5}\right)^2} = -\frac{389}{316}.$$

et

$$h = \bar{y} - p\bar{x} = -\frac{7}{5} - \left(-\frac{389}{316}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{299}{158}.$$

La droite des moindres carrés (représentée ci-dessous) admet donc l'équation

$$y = -\frac{389}{316}x - \frac{299}{158}.$$

Exercice 2. On construit le tableau des données

X	Y	X^2	XY
40	28	1600	1120
50	40	2500	2000
60	54	3600	3240
80	88	6400	7040
100	130	10000	13000
330	340	24100	26400

On en tire les moyennes $\bar{x} = \frac{330}{5} = 66$, $\bar{y} = \frac{340}{5} = 68$, $\overline{x^2} = \frac{24100}{5} = 4820$ et $\overline{xy} = \frac{26400}{5} = 5280$.

Il s'ensuit que

$$p = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{5280 - 66 \cdot 68}{4820 - 66^2} = \frac{99}{58}$$

et

$$h = \bar{y} - p\bar{x} = 68 - \frac{99}{58} \cdot 66 = -\frac{1295}{29}.$$

D'où la droite de régression

$$y = \frac{99}{58}x - \frac{1295}{29}.$$

La distance de freinage correspondant à une vitesse de 150 km/h est alors d'environ

$$y = \frac{99}{58} \cdot 150 - \frac{1295}{29} \cong 211,38 \text{ m.}$$

Exercice 3. On a

X	Y	X^2	XY
165	66	27'225	10'890
197	107	38'809	21'079
155	59	24'025	9'145
178	81	31'684	14'418
183	88	33'489	16'104
172	77	29'584	13'224
1'050	478	184'816	84'880

a) On résout

$$\left\{ \begin{array}{lcl} 1050p + 6h & = & 478 \\ 184'816p + 1'050h & = & 84'880 \end{array} \right| \cdot 175$$

$$\begin{array}{rcl} 183'750p + 1'050h & = & 83'650 \\ - 184'816p + 1'050h & = & 84'880 \\ \hline -1'066p & = & -1'230 \\ p & = & \frac{-1'230}{-1'066} = \frac{15}{13}. \end{array}$$

On a alors

$$\left. \begin{array}{lcl} 1'050 \cdot \frac{15}{13} + 6h & = & 478 \\ \frac{15'750}{13} + 6h & = & 478 \\ 15'750 + 78h & = & 6214 \\ 78h & = & -9'5364 \\ h & = & \frac{-9'5364}{78} = -\frac{4'768}{39} \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \\ \cdot 13 \\ -15'750 \\ : 78 \end{array}$$

D'où

$$y = \frac{15}{13}x - \frac{4'768}{39}.$$

b) Si $y = 90$ kg, on pose

$$\begin{array}{rclcl} \frac{15}{13}x - \frac{4'768}{39} & = & 90 & & \\ \frac{45}{39}x - \frac{4'768}{39} & = & \frac{3'510}{39} & & \cdot 39 \\ 45x - 4'768 & = & 3'510 & & + 4'768 \\ 45x & = & 8'278 & & : 45 \\ x & = & \frac{8'278}{45} \cong 183,9\bar{5} \text{ cm.} & & \end{array}$$