Trigonométrie plane

Karim Saïd

Ecole Technique, Mars 2020

1 Introduction

Etymologiquement, *trigonométrie* signifie *mesure des triangles.* En fait, l'objet de cette discipline est d'établir le lien entre des grandeurs linéaires (longueurs, aires) et des grandeurs angulaires, par l'intermédiaire des *fonctions circulaires.* La trigonométrie plane doit son origine à des problèmes d'arpentage [1] et d'astronomie.

2 Mesure d'un angle

2.1 Degrés

Durant l'Antiquité, afin de simplifier les problèmes de partage des angles, la circonférence du cercle a été divisée en 360 parties égales, appelées *degrés* et notées °.

2.2 Degrés-minutes-secondes

Pour mesurer des angles de façon plus précise, à l'échelle du globe terrstre par exemple, on emploie des sous-unités. Ainsi, un degré est subdivisé en 60 *minutes d'arc.* Et une minute d'arc est elle-même subdivisée en 60 *secondes d'arc.*

Exemple.

— Conversion en forme décimale de $20°30'18''$:

$$20°30'18'' = 20° + \frac{30°}{60} + \frac{18°}{3600} = 20,505°.$$

— Conversion en degrés, minutes et secondes de $20,505°$:

$$\begin{array}{rcl} 20,505° &=& \mathbf{20}° + 0,505° \\ 0,505° \cdot 60 &=& 30,3' \qquad\qquad = \quad \mathbf{30}' + 0,3' \\ 0,3' \cdot 60 &=& 18'' \end{array}$$

Ainsi,

$$20,505° = 20°30'18''.$$

1. *L'arpentage* est la technique de la mesure de la superficie des terres, en particulier des terrains agricoles.

Exercice 1. Compléter le tableau ci-dessous.

Degrés, minutes et secondes	Degrés
	$5,645°$
	$15,37°$
$4°47'8''$	
	$8,8°$
$895'$	
$27650''$	
	$1,5°$

2.3 Radians

Comme cela a été évoqué, la circonférence du cercle a étée divisée en 360 parties égales, appelées *degrés*. Cette convention peut sembler arbitraire. En effet, pourquoi n'a-t-on pas divisé le cercle en 100 parties égales, par exemple, vu que l'on travaille habituellement en base 10 ?

Ce choix se justifie par le fait que 360 est un nombre possédant un grand nombre de diviseurs, à savoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 et 360. Dans ce qui suit, nous allons donc remplacer cette manière de calculer les angles par un choix plus "naturel", à savoir la longueur de l'arc de cercle correspondant. Cependant, cette longueur dépend du rayon du cercle. Il a donc été convenu que ce cercle soit de rayon 1. D'où la définition ci-dessous :

Définition. On appelle *cercle trigonométrique*, le cercle de rayon 1 et centré à l'origine.

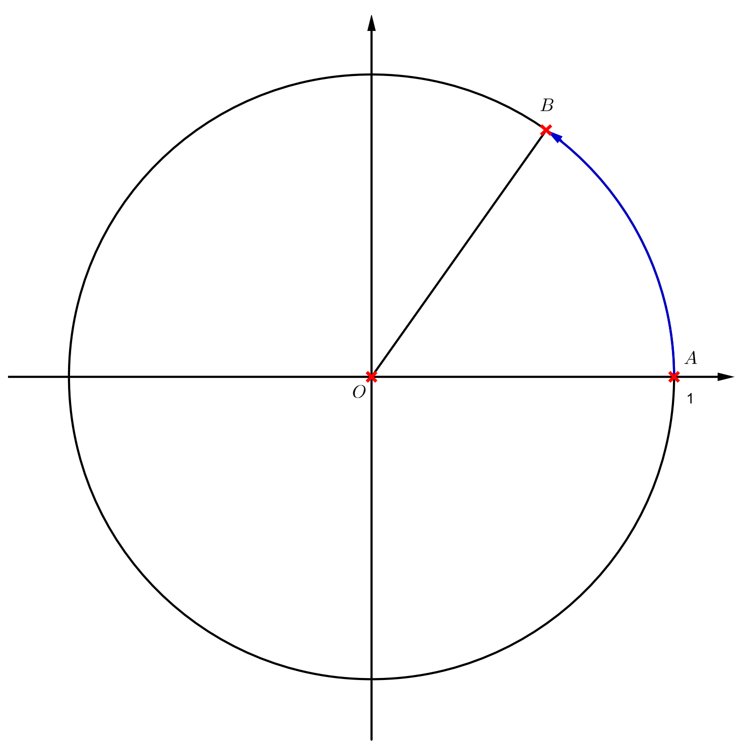


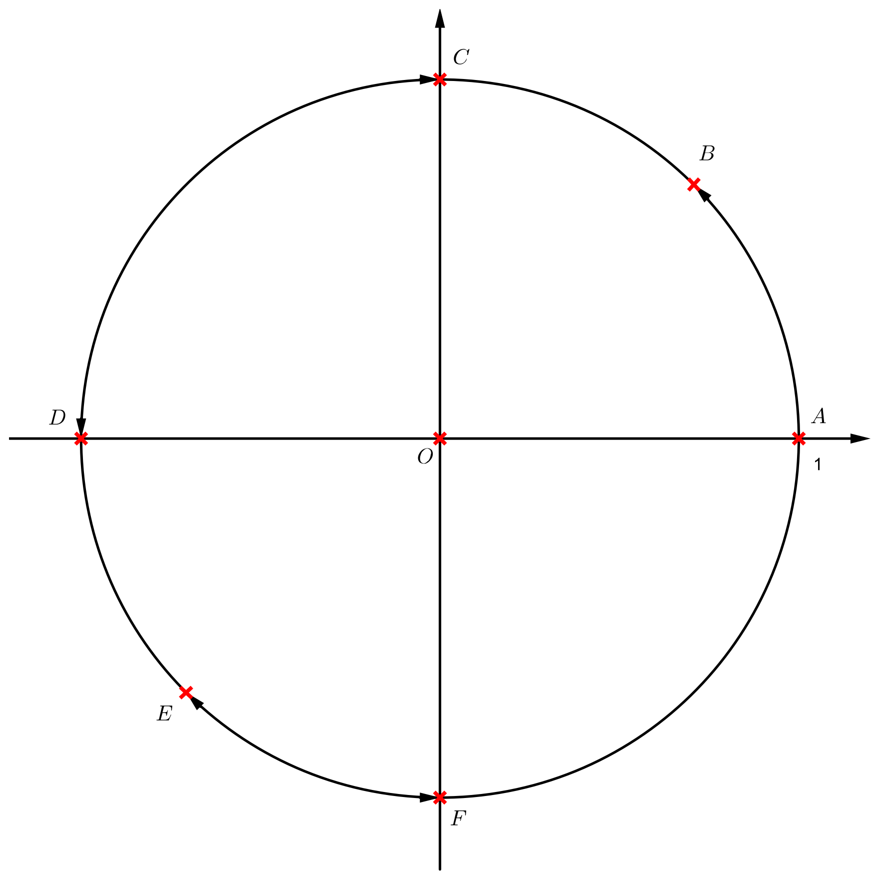
FIGURE 1 – Cercle trigonométrique.

La mesure d'un *arc orienté* AB (voir figure 1) sur le cercle trigonométrique, est un nombre réel x tel que

1. sa valeur absolue est égale à la longueur de cet arc ;
2. son signe est
   — négatif si l'orientation de AB est *directe* (c'est à dire dans le sens des aiguilles d'une montre) ;
   — positif si l'orientation de AB est *indirecte* (c'est à dire dans le sens inverse des aiguilles d'une montre).

Définition. La mesure x définie ci-dessus porte le nom de *radian*.

Exercice 2. Déterminer la mesure des arcs orientés AB, AC, AD, AE et AF suivants, en radians.



Exercice 3. Compléter le tableau suivant, qui donne la correspondance degrés $\leftrightarrow$ radians

Degrés	$180°$		$-3,6°$	$810°$	$1°$		
Radians		2π				1	$\frac{\pi}{2}$

Exercice 4. Soit le point $A(1;0)$. Sur le cercle trigonométrique, placer les points B, C, D, E et F correspondants aux arcs ci-dessous, dont la mesure est exprimée en radians. En déduire la mesure des angles $\widehat{OAB}$, $\widehat{OAC}$, $\widehat{OAD}$, $\widehat{OAE}$ et $\widehat{OAF}$, en degrés.

a) $\dfrac{\pi}{4}$;

b) $\dfrac{3\pi}{4}$;

c) $-\dfrac{7\pi}{4}$;

d) 432556π ;

e) $-\dfrac{15\pi}{2}$.

3 Relations trigonométriques

3.1 Sinus et cosinus

Définition. Soit le point $A(1;0)$. Sur le cercle trigonométrique, on place un point M, tel que l'arc orienté mesure x radians.

1. On appelle *cosinus de l'arc* x, l'abscisse (première coordonnée) du point M, et on la note $\cos(x)$ ou $\cos x$.
2. On appelle *sinus de l'arc* x, l'ordonnée (seconde coordonnée) du point M, et on la note $\sin(x)$ ou $\sin x$.

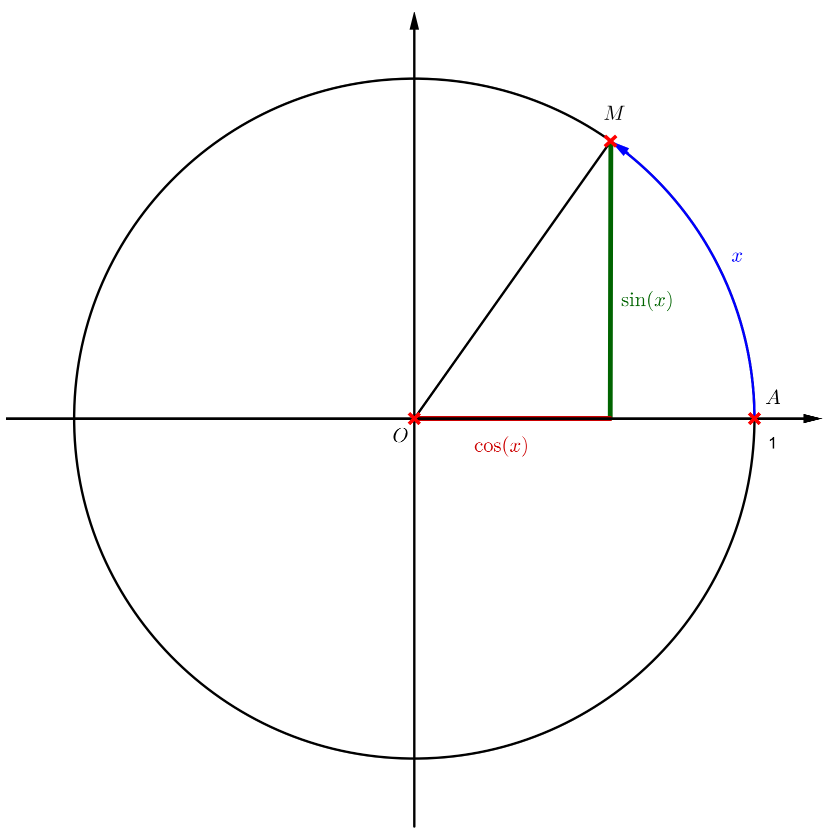


FIGURE 2 – Sinus et cosinus de l'arc x.

Convention. Dans ce qui suit, un angle mesuré en radians sera designé par une lettre latine, par exemple x, tandis qu'une lettre greque, par exemple α, désignera un angle mesuré en degrés.

Remarque. De la définition précédente, découlent les relations suivantes :

$$\boxed{-1 \leq \cos x \leq 1;}$$

$$\boxed{-1 \leq \sin x \leq 1.}$$

Exercice 5. Montrer que pour tout arc orienté, de mesure x radians, on a

$$\boxed{(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1.}$$

Exercice 6. Soit $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) pour quelles valeurs de x, a-t-on $\sin(x) \geq 0$?

b) pour quelles valeurs de x, a-t-on $\sin(x) \leq 0$?

c) pour quelles valeurs de x, a-t-on $\cos(x) \geq 0$?

d) pour quelles valeurs de x, a-t-on $\cos(x) \leq 0$?

Exercice 7. Compléter le tableau suivant.

$x(°)$	0°	90°	180°	270°	30°	45°	60°	120°	225°	330°
$x($ radians$)$										
$\cos x$										
$\sin x$										

Exercice 8. Calculer les expressions suivantes avec une précision de quatre décimales :

a) $\cos(3°)$
b) $\cos(3)$
c) $\sin(57°)$
d) $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$
e) $\sin(321°)$
f) $\cos(-134,15°)$
g) $\sin(300°)$
h) $\cos(160°)$
i) $\sin(7)$

Exercice 9. Déterminer la mesure en degrés de $0 \leq \alpha < 360$ ou celle, en radians, de $0 \leq x < 2\pi$, dans chacun des cas suivants.

a) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$
c) $\cos(x) = -0,36$
d) $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
e) $\sin(x) = 0,1254$
f) $\cos(\alpha) = -\frac{2}{3}$
g) $\sin(x) = 0,737$
h) $\cos(\alpha) = -0,2917$
i) $\sin(x) = 1,12$
j) $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
k) $\sin(x) = 0,01$
l) $\cos(\alpha) = -0,5$

Exercice 10. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Prouver les forumles ci-dessous.

— **Angles opposés**

$$\boxed{\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha), \quad \cos(-\alpha) = \cos(\alpha);}$$

— **Angles complémentaires**

$$\boxed{\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha), \quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha);}$$

— **Angles supplémentaires**

$$\boxed{\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha), \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha);}$$

Exercice 11. Même exercice.

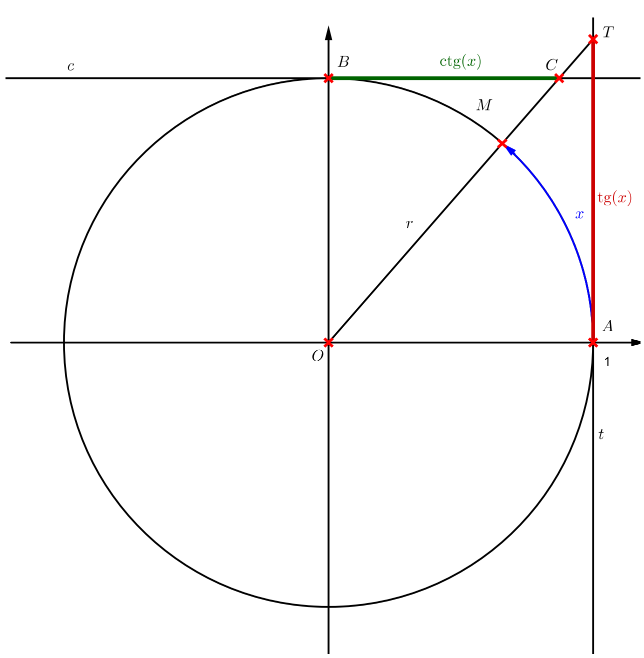
$$\boxed{\sin(90^\circ + \alpha) = \cos(\alpha), \quad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin(\alpha);}$$

$$\boxed{\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin(\alpha), \quad \cos(180^\circ \alpha) = -\cos(\alpha);}$$

3.2 Tangente et cotangente

Définition. Soient le cercle trigonométrique, la droite verticale t passant par le point $A(1;0)$ et la droite horizontale c passant par le point $B(0;1)$. On considère la demi-droite r définissant un arc x sur le cercle trigonométrique. Soient alors les points d'intersection T et C de r avec les droites t et c respectivement.

1. On appelle *cotangente de l'arc* x, l'abscisse (première coordonnée) du point C, et on la note $\text{ctg}(x)$ ou ctg x.
2. On appelle *tangente de l'arc* x, l'ordonnée (seconde coordonnée) du point T, et on la note $\text{tg}(x)$ ou tg x.



Remarque.

1. Certains auteurs utilisent les notations $\tan x$ pour tg x et $\cot x$ pour ctg x.
2. De la définition précédente, découlent les relations suivantes :

$$\boxed{-\infty \leq \text{tg } x \leq \infty;}$$

$$\boxed{-\infty \leq \text{ctg } x \leq \infty.}$$

Exercice 12. Montrer que pour tout arc orienté, de mesure x radians, on a

$$\boxed{\text{ctg } x = \frac{1}{\text{tg } x};}$$

$$\boxed{\text{tg } x = \frac{\sin x}{\cos x}, \qquad \text{ctg } x = \frac{\cos x}{\sin x};}$$

$$\boxed{\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \text{tg}^2 x, \qquad \frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \text{ctg}^2 x.}$$

Exercice 13. Compléter le tableau suivant.

$x(°)$	$0°$	$90°$	$180°$	$270°$	$30°$	$45°$	$60°$	$120°$	$225°$	$330°$
$x($ radians$)$										
tg x										
ctg x										

Exercice 14. Pour quelles valeurs de x, tg(x) et ctg(x) ne sont-elles pas définies ?

Exercice 15. Calculer les expressions suivantes avec une précision de quatre décimales :

a) tg$(12°)$ e) ctg$(589°)$ i) ctg$(18°)$

b) ctg $\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ f) tg$(-7,345)$ j) tg$(-420,12°)$

c) tg$(2,3)$ g) tg $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ k) ctg$(-0,9)$

d) tg $\left(\frac{5\pi}{2}\right)$ h) tg(2) l) tg $\left(\frac{\pi}{6}\right)$

Exercice 16. Déterminer la mesure en degrés (entre $0°$ et $360°$) de l'angle α tel que

a) tg$(\alpha) = 1$ d) ctg$(\alpha) = -13$

b) ctg$(\alpha) = 0$ e) tg$(\alpha) = 58$

c) tg$(\alpha) = 6,234$ f) tg$(\alpha) = \sqrt{29}$

Exercice 17. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Prouver les forumles ci-dessous.

— **Angles opposés**

$$\boxed{\mathrm{tg}(-\alpha) = -\mathrm{tg}(\alpha), \quad \mathrm{ctg}(-\alpha) = -\mathrm{ctg}(\alpha).}$$

— **Angles complémentaires**

$$\boxed{\mathrm{tg}\left(90^\circ - \alpha\right) = \mathrm{ctg}(\alpha), \quad \mathrm{ctg}\left(90^\circ - \alpha\right) = \mathrm{tg}(\alpha).}$$

— **Angles supplémentaires**

$$\boxed{\mathrm{tg}(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{tg}(\alpha), \quad \mathrm{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{ctg}(\alpha).}$$

Exercice 18. Même exercice.

$$\boxed{\mathrm{tg}\left(90^\circ + \alpha\right) = -\mathrm{ctg}(\alpha), \quad \mathrm{ctg}\left(90^\circ + \alpha\right) = -\mathrm{tg}(\alpha)}$$

$$\boxed{\mathrm{tg}(180^\circ + \alpha) = \mathrm{tg}(\alpha), \quad \mathrm{ctg}(180^\circ + \alpha) = \mathrm{ctg}(\alpha).}$$

4 Trigonométrie du triangle rectangle

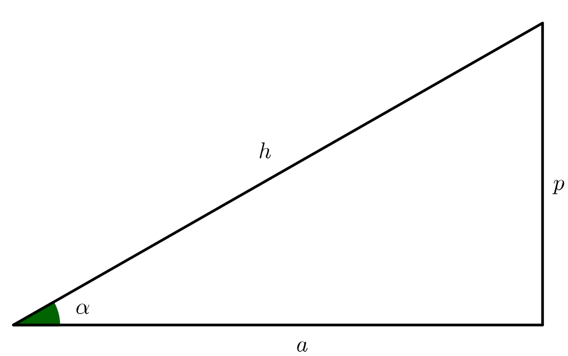
Théorème. *Dans un triangle rectangle, si α est un des deux angles non droits, alors*

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{\textit{côté adjacent à } \alpha}{\textit{hypothénuse}} = \frac{a}{h}}$$

$$\boxed{\sin\alpha = \frac{\textit{côté opposé à } \alpha}{\textit{hypothénuse}} = \frac{p}{h}}$$

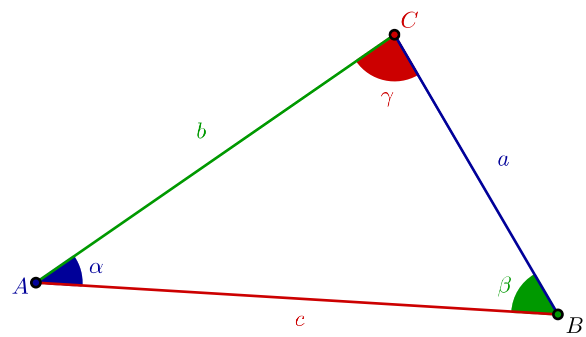
$$\boxed{tg\ \alpha = \frac{\textit{côté opposé à } \alpha}{\textit{côté adjacent à } \alpha} = \frac{p}{a}}$$

$$\boxed{ctg\ \alpha = \frac{\textit{côté adjacent à } \alpha}{\textit{côté opposé à } \alpha} = \frac{a}{p}}$$



Exercice 19. Prouver le théorème ci-dessus.

Convention. Dans la suite de ce cours, et sauf mention expresse du contraire, les sommets A, B, C, les côtés a, b, c et les angles α, β et γ d'un triangle ABC seront disposés comme le montre la figure ci-dessous.



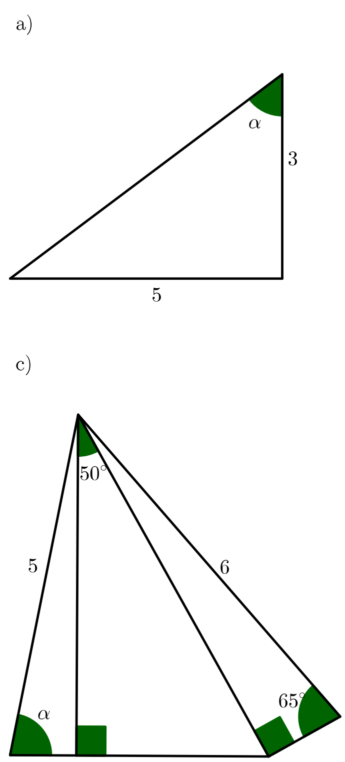
Définition. *Résoudre un triangle* consiste à déterminer la longueur de ses trois côtés ainsi que la mesure de ses trois angles.

Exercice 20. Résoudre le triangle ABC sachant qu'il est rectangle en C, que $b = 5$ et que $\alpha = 30°$.

Exercice 21. Un triangle ABC est rectangle en C. Résoudre ce triangle connaissant

a) $c = 4,25$ et $\beta = 67,2°$
b) $c = 11,81$ et $\alpha = 42,35°$
c) $c = 22,77$ et $a = 13,29$
d) $c = 17,93$ et $b = 5,05$
e) $a = 4,85$ et $\alpha = 52,37°$
f) $a = 91,7$ et $\beta = 25,8°$

Exercice 22. Déterminer la valeur de l'angle α dans chacun des cas ci-dessous.



Exercice 23. Un triangle ABC est isocèle en A. Résoudre ce triangle sachant que

a) $\alpha = 42,5°$ et $a = 23,6$

b) $\alpha = 95,2°$ et $b = c = 6,3$

c) $\beta = \gamma = 56,3°$ et $a = 10,3$

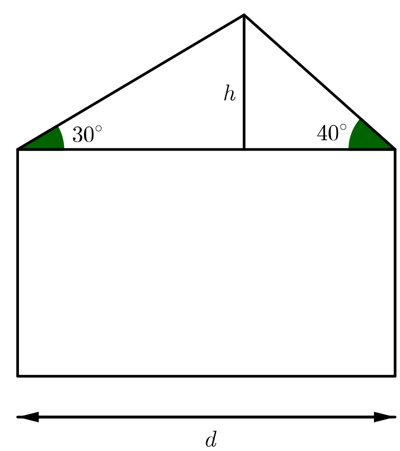
d) $\beta = \gamma = 42°$ et $b = c = 4,5$

Exercice 24. Pour mesurer la largeur d'une rivière, on marque un segment AB sur un bord. Un point C est situé sur l'autre bord, en face de A. Soit β l'angle de sommet B. Sachant que AB mesure 90 m et que $\beta = 54°$, déterminer la largeur de la rivière.

Exercice 25. Une personne se tenant debout projette une ombre horizontale de 2,30 m de long lorsque les rayons du soleil forment un angle de 38° avec le sol. Calculer la taille de cette personne.

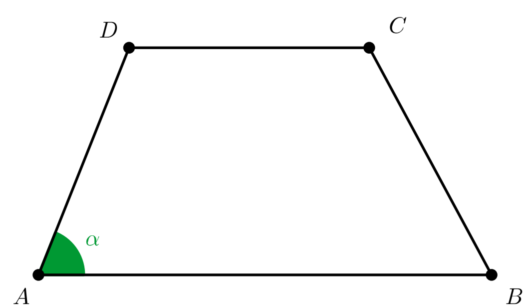
Exercice 26. A une certaine distance, on vise le sommet d'une tour haute de 32,4 mètres ; l'angle avec l'horizontale mesure $27,14°$. Quelle distance sépare l'observateur de la tour si on sait que l'oeil de celui-ci est placé à 1,6 mètre du sol ?

Exercice 27. Sachant que $h = 4$, déterminer la mesure de d.

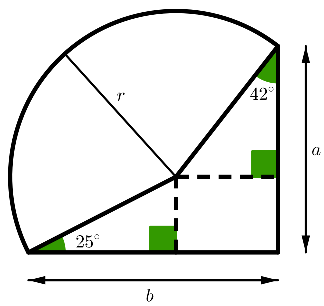


Exercice 28. Soit le losange $ABCD$ tel que le côté a mesure $6,5$ et dont la grande diagonale AC mesure $11,5$. Déterminer la mesure des angles de ce losange, ainsi que la longueur de la petite diagonale.

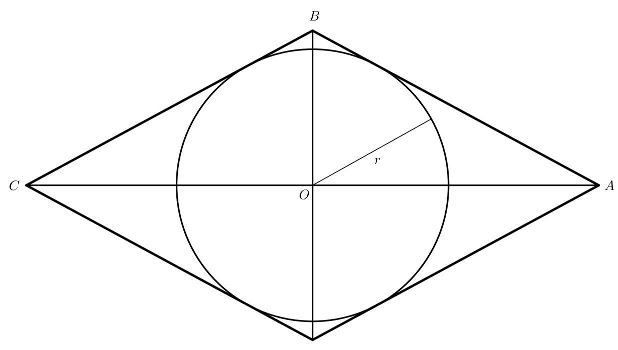
Exercice 29. Le trapèze $ABCD$ est donné par $AB = 8$, $CD = 5$, $AD = 4$ et $\alpha = 65°$. Déterminer la mesure du côté BC, ainsi que l'aire du trapèze.



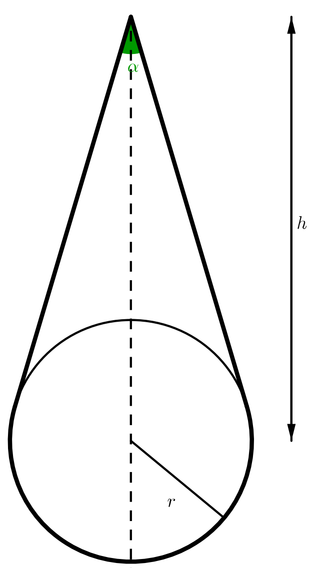
Exercice 30. Déterminer la valeur de a et b, sachant que $r = 10$.



Exercice 31. Un losange $ABCD$ est inscrit dans un cercle de rayon $r = 4$. Sachant que la diagonale AC mesure 15, déterminer la mesure de tous les côtés, des angles et de la diagonale BD.

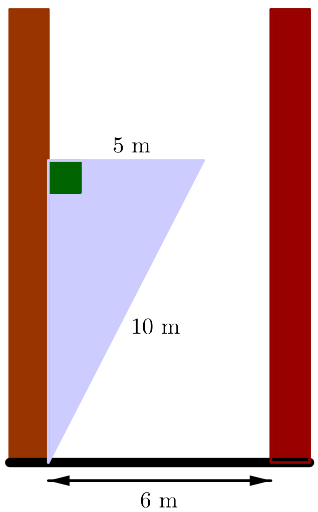


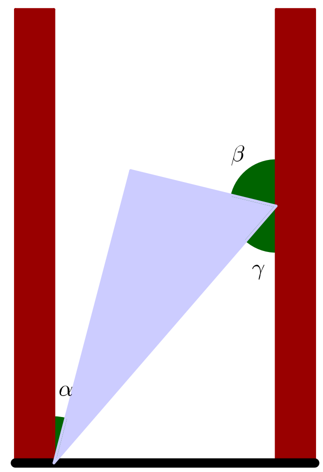
Exercice 32. Sachant que $r = 18$ et $\alpha = 40°$, déterminer la mesure de la hauteur h, ainsi que le périmètre de la pièce.



Exercice 33. Le téléphérique "Carbio" menant au sommet du Stanserhorn se déplace à une vitesse moyenne de 8 mètres par seconde et la durée du parcours est de 6 minutes et 21 secondes. Depuis la station inférieure, la station supérieure forme un angle de $21,92°$ avec l'horizontale. Quelle est l'altitude de la station supérieure, sachant que la station inférieure est à 711 m ?

Exercice 34. La pièce métalique ci-dessous a basculé contre le mur de la maison d'en face située à 6 m. Déterminer la valeur des angles α, β et γ.





Exercice 35. L'aire d'un polygone régulier à 15 côtés vaut 1800. Déterminer la longueur de son côté, ainsi que le rayon du cercle dans lequel il est inscrit.

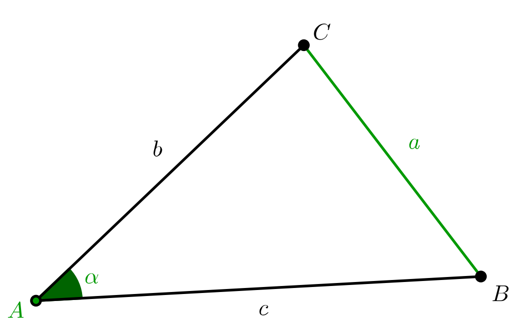
5 Trigonométrie du triangle quelconque

Les résultats présentés dans la section précédente se généralisent aux cas de triangles quelconques.

5.1 Théorème du cosinus

Théorème (Théorème du cosinus). *Dans un triangle quelconque, on a*

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha.}$$



Exercice 36. Prouver le théorème du cosinus.

Exercice 37.

a) Quel résultat exprime ce théorème quand $\alpha = 90°$?

b) Comment s'écrit le théorème du cosinus pour les autres angles β et γ ?

Exercice 38. Résoudre le triangle ABC sachant que $a = 12$, $b = 7$ et $\gamma = 28°$.

Exercice 39. Résoudre le triangle ABC dans chacun des cas suivants.

a) $\alpha = 36°$, $b = 4,1$ et $c = 6,8$;

b) $a = 3$, $b = 5$, $c = 7$;

c) $a = 4$, $b = 7$, $\gamma = 110°$;

d) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$.

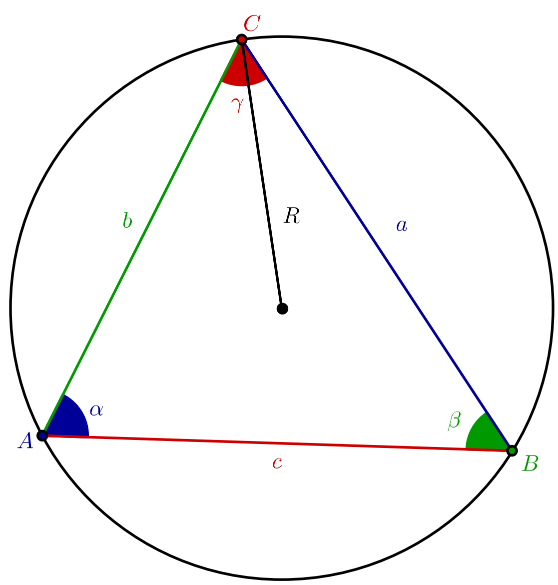
Exercice 40. Dans un triangle ABC, on donne $a = 5,8$, $b = 4,2$ et $\gamma = 38°$. Calculer la longueur du segment médian issu du sommet A.

Exercice 41. Les deux côtés d'un parallélogramme mesurent respectivement 6,8 et 10,9. L'un des angles intérieurs mesure 131°. Calculer les longueurs des diagonales.

5.2 Théorème du sinus

Théorème (Théorème du sinus). *Dans un triangle quelconque, le rapport entre n'importe quel côté et le sinus de l'angle opposé est égal au diamètre du cercle circonscrit. Autrement dit*

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R.}$$



Exercice 42. Prouver le théorème du sinus.

Exercice 43. Résoudre le triangle ABC sachant que $c = 10$, $\alpha = 98°$ et $\gamma = 46°$.

Attention. L'application du théorème du sinus, pour déterminer un angle du triangle, conduit à des expressions de la forme

$$\sin\alpha = \frac{a\cdot\sin\beta}{b}.$$

Il y a donc en général deux valeurs possibles pour α. Par exemple, de $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, on peut aussi bien conclure $\alpha = 30°$ que $\alpha = 150°$. Pour savoir lequel des angles aigu ou obtus doit être éliminé, il convient de s'aider d'une esquisse ou de faire apparaître une contradiction dans la somme des angles du triangle.

Exercice 44. Résoudre le triangle ABC dans chacun des cas suivants.

a) $\alpha = 34°$, $\beta = 81°$ et $c = 4,9$;
b) $a = 3,2$, $b = 5$ et $\gamma = 48°$;
c) $a = 32$, $b = 10,3$ et $\gamma = 57°$;
d) $b = 38$, $c = 24$ et $\gamma = 103,4°$;
e) $a = 41$, $c = 28,3$ et $\alpha = 1,4v$;
f) $\alpha = 12°$, $\beta = 36°$ et $\gamma = 136°$;
g) $a = 8$, $b = 7$ et $c = 14$;
h) $a = 3$, $c = 7$ et $\beta = 41°$.

Exercice 45. Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle dont on donne les trois côtés $a = 6$, $b = 5$ et $c = 10$.

6 Applications

Exercice 46. Deux galeries horizontales d'une mine partent d'un point A vers les points B et C. On sait que $AB = 320$ mètres et $AC = 270$ mètres. L'angle défini par AB et AC mesure $75°$. Quelle serait la longueur d'une galerie reliant B à C ?

Exercice 47. Deux points P et Q sont séparés par un étang. Pour évaluer leur distance, on prend un point auxiliaire S. Les mesures donnent $SP = 84$ m, $SQ = 107$ m et l'angle déterminé par SP et SQ vaut $80°$. Calcule la distance PQ.

Exercice 48. Deux observateurs sont à la même altitude et distants de 1350 m. Ils pointent leurs regards au même moment sur une montgolfière située dans le plan vertical qui passe par les deux observateurs. Les mesures des angles d'élévation sont de $65,4°$ pour l'un et de $76,5°$ pour l'autre. Calculer la hauteur de la montgolfière par rapport à l'altitude des deux observateurs.

Exercice 49. Un observateur se trouve à l'intérieur d'une cour rectangulaire $ABCD$ en un point P de la diagonale AC, à 32 m du point A. Le côté AB mesure 65 m et l'observateur voit le côté BC sous un angle de $48,85°$. Calculer la longueur BC.

Exercice 50. Dans un triangle ABC, on donne $a = 3,2$, $b = 5,1$ et $c = 7,5$; calculer

a) la mesure de la médiane issue du sommet B ;
b) la mesure de la bissectrice de l'angle α.

Exercice 51. Un observateur voit un satellite sous un angle de $35°$ avec la verticale. Sachant que le satellite gravite à 1000 km au-dessus de la surface de la Terre, quelle est la distance séparant le satellite de l'observateur (rayon de la Terre : 6370 km) ?

Solutions

Exercice 1.

Degrés, minutes et secondes	Degrés
$5°38'42''$	$5,645°$
$15°22'12''$	$15,37°$
$4°47'8''$	$4,785°$
$8°48'$	$8,8°$
$895'$	$14,91\overline{6}°$
$27650''$	$7,680\overline{5}°$
$1°30'$	$1,5°$

Exercice 2. $L_{AB} = \frac{\pi}{4}$, $L_{AC} = \frac{-3\pi}{2}$, $L_{AD} = \pi$, $L_{AE} = \frac{-3\pi}{4}$ et $L_{AF} = \frac{3\pi}{2}$.

Exercice 3.

Degrés	$180°$	$360°$	$-3,6°$	$810°$	$1°$	$\frac{180°}{\pi}$	$90°$
Radians	π	2π	$-0,06$	$\frac{9\pi}{2}$	$\frac{\pi}{180}$	1	$\frac{\pi}{2}$

Exercice 4.

a) $45°$;
b) $135°$;
c) $-315°$;
d) $77'8609080° \equiv 0°$;
e) $-1350° \equiv 90°$.

Exercice 5.

Exercice 6.

Exercice 7.

$x(°)$	$0°$	$90°$	$180°$	$270°$	$30°$	$45°$	$60°$	$120°$	$225°$	$330°$
$x($ radians$)$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
$\cos x$	1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin x$	0	1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

Exercice 8.

a) $0,9986$ b) $-0,9899$ c) $0,8387$

d) $0,5$ e) $-0,6293$ f) $-0,6965$

g) $-0,866$ h) $-0,9397$ i) $0,6569$

Exercice 9.

a) $x = \dfrac{5\pi}{6}$ b) $\alpha = 30°$ c) $x \cong 1,939$ d) $\alpha \cong 51,827°$

e) $x \cong 0,126$ f) $\alpha \cong 131,81°$ g) $x \cong 0,829$ h) $\alpha) \cong 106,959°$

i) Pas possible j) $\alpha = 150°$ k) $x \cong 0,01$ l) $\alpha = 120°$

Exercice 10.

Exercice 11.

Exercice 12.

Exercice 13.

$x(°)$	$0°$	$90°$	$180°$	$270°$	$30°$	$45°$	$60°$	$120°$	$225°$	$330°$
$x($ radians$)$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
tg x	0	$-$	0	$-$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
ctg x	$-$	0	$-$	0	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$-\sqrt{3}$

Exercice 14.

Exercice 15.

a) $0,2126$ b) 0 c) $-1,1192$ d) Indéfini

e) $0,8692$ f) $-1,792$ g) $1,7558$ h) $-2,185$

i) $3,0777$ j) $-1,7405$ k) $-0,7936$ l) $0,5773$

Exercice 16.

a) $\alpha = 45°$ b) $\alpha = 90°$ c) $\alpha \cong 80,8868$

d) $\alpha \cong -4,3987°$ e) $\alpha = 89,0122°$ f) $\alpha = 79,4803°$

Exercice 17.

Exercice 18.

Exercice 19.

Exercice 20. $a \cong 2,887$, $c \cong 5,774$ et $\beta = 60°$.

Exercice 21.

a) $a \cong 1,647$, $b \cong 3,918$ et $\alpha = 22,8°$
b) $a \cong 7,956$, $b \cong 8,728$ et $\beta = 47,65°$
c) $b \cong 18,489$, $\alpha \cong 35,709°$ et $\beta \cong 54,291°$
d) $a \cong 17,204$, $\alpha \cong 73,641°$ et $\beta = 16,359°$
e) $b \cong 3,739$, $c \cong 6,124$ et $\beta = 37,63°$
f) $b \cong 44,329$, $c \cong 101,853$ et $\alpha = 64,2°$

Exercice 22.

a) $\alpha \cong 59,036°$
b) $\alpha \cong 29,223°$
c) $\alpha \cong 44,353°$
d) $\alpha \cong 55,15°$

Exercice 23.

a) $b = c \cong 32,557$ et $\beta = \gamma \cong 68,75°$
b) $a \cong 9,305$ et $\beta = \gamma \cong 42,4°$
c) $b = c \cong 9,28$ et $\alpha \cong 67,4°$
d) $a \cong 6,688$ et $\alpha = 96°$

Exercice 24. $123,874$ m.

Exercice 25. $1,79$ m.

Exercice 26. $60,085$ m.

Exercice 27. $d \cong 11,5$.

Exercice 28. $\alpha \cong 55,59°$, $\beta \cong 124,41°$ et $d \cong 6,06$.

Exercice 29. $BC \cong 3,85$ et $A \cong 23,56$.

Exercice 30. $a \cong 11,66$ et $b \cong 15,75$.

Exercice 31. $\alpha \cong 64,46°$, $\beta \cong 115,54°$, $AB \cong 8,87°$ et $BD \cong 9,46$.

Exercice 32. $h \cong 52,63$ et $P \cong 168,02$.

Exercice 33. $1848,85$ m.

Exercice 34. $\alpha \cong 6,78°$, $\beta \cong 83,13°$ et $\gamma \cong 36,87°$.

Exercice 35. $c \cong 10,1$ et $r \cong 24,29$.

Exercice 36.

Exercice 37.

Exercice 38. $c \cong 6,683$, $\alpha \cong 122,546°$ et $\beta \cong 29,454$.

Exercice 39.

a) $\beta \cong 34,68°$, $\gamma \cong 109,32°$ et $a \cong 4,235$;
b) $\alpha \cong 21,787°$, $\beta \cong 38,213°$ et $\gamma = 120°$;
c) $c \cong 9,174$, $\alpha \cong 45,811$ et $\beta \cong 24,189$;
d) $\alpha \cong 36,87°$, $\beta \cong 53,13°$ et $\gamma =^9 0\circ$.

Exercice 40. $m_A \cong 2,618$

Exercice 41. $8,23$ et $16,19$.

Exercice 42.

Exercice 43. $a \cong 13,766$, $b \cong 16,847$ et $\beta = 36°$.

Exercice 44.

a) $a \cong 3,02$, $b \cong 5,34$ et $\gamma = 65°$;
b) $c \cong 3,719$, $\alpha \cong 39,755°$ et $\beta \cong 92,245°$;
c) $c \cong 27,768$, $\alpha \cong 104,875$ et $\beta \cong 18,125°$;
d) pas de solution ;
e) $b \cong 69,286$, $\beta \cong 177,634°$ et $\gamma \cong 0,966°$;
f) pas de solution ;
g) $\alpha \cong 22,56°$, $\beta \cong 19,616°$ et $\gamma \cong 137,824°$;
h) $b \cong 5,126$, $\alpha \cong 22,567°$ et $\gamma 116,433°$.

Exercice 45. $r \cong 6,58$.

Exercice 46. $BC \cong 361,35$ m.

Exercice 47. $PQ \cong 124,03$ m.

Exercice 48. $2264,998$ m.

Exercice 49. $BC \cong 33,24$ m.

Exercice 50.

a) $m_B \cong 5,17$;
b) $b_\alpha \cong 5,982$.

Exercice 51. $1182,604$ km.